



**Titre:** Analyse du potentiel des techniques de traitement de signal  
Title: avancées dans les réseaux AD HOC

**Auteur:** Olfa Ben Sik Ali  
Author:

**Date:** 2010

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Ben Sik Ali, O. (2010). Analyse du potentiel des techniques de traitement de  
Citation: signal avancées dans les réseaux AD HOC [Ph.D. thesis, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/266/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/266/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Christian Cardinal, & François Gagnon  
Advisors:

**Programme:** Génie Électrique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE DU POTENTIEL DES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DE  
SIGNAL AVANCÉES DANS LES RÉSEAUX AD HOC

OLFA BEN SIK ALI  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE  
PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
AVRIL 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ANALYSE DU POTENTIEL DES TECHNIQUES DE TRAITEMENT DE  
SIGNAL AVANCÉES DANS LES RÉSEAUX AD HOC

présentée par : BEN SIK ALI Olfa

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury constitué de :

M. HACCOUN David, Ph.D, président

M. CARDINAL Christian, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GAGNON François, Ph.D., membre et co-directeur de recherche

M. FRIGON Jean François, Ph.D., membre

M. LABEAU Fabrice, Ph.D., membre

*à mes parents*

# Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes directeurs de recherche, Dr. Christian Cardinal professeur au département de génie électrique à l'École Polytechnique de Montréal et Dr. François Gagnon, professeur au Département de génie électrique à l'École de Technologie Supérieure, pour leurs orientations et directives académiques, ainsi que pour leur soutien financier au cours de mon travail de doctorat.

Je remercie tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail en acceptant de l'évaluer. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma haute gratitude.

Je remercie particulièrement tous les membres de ma famille pour leur soutien psychologique.

Je remercie également mes collègues du laboratoire de communication avancée à l'École Polytechnique et ceux du laboratoire LACIME à l'École de Technologie Supérieure, pour leur aide et leur échange de points de vue durant la période de ma recherche. Je citerais pour mémoire Ali, Éric, Oualid, Samuel, Nadia, Stéphane, Lamia, Olivier, Safa, Justin...

Enfin, que tout le personnel du département de génie électrique de l'École Polytechnique de Montréal et de l'École de Technologie Supérieure, professeurs, techniciens et administratifs, trouve ici l'expression de mes remerciements les plus sincères.

# Résumé

Un réseau ad hoc mobile est un réseau formé par un ensemble d'unités sans fil et mobiles sans l'aide d'une infrastructure préétablie. La caractéristique fondamentale des réseaux ad hoc mobiles est que les conditions dans lesquelles ils subsistent sont hautement dynamiques. La qualité des communications est limitée par les phénomènes physiques d'évanouissement de signal et les interférences provenant de l'accès simultané à l'interface radio. Généralement, les études des réseaux ad hoc sont menées avec une abstraction simplifiée de la couche physique. Ainsi, les performances du réseau sont sur-estimées par rapport aux conditions réelles. D'un autre côté, elles sont sous-estimées du fait qu'on ne considère pas complètement les stratégies offertes par la couche physique. Le travail mené durant la thèse consiste à répondre à la problématique suivante : quels sont les limites et les apports des techniques de traitement de signal avancées sur la capacité et les performances des réseaux ad hoc ?

La modélisation de l'interférence dans un environnement dynamique et décentralisé est complexe. Dans la littérature, plusieurs modèles tentent de simplifier ou même de négliger les phénomènes de la couche physique. Dans cette thèse, nous avons considéré un modèle relativement récent dans la littérature et qui découle de la théorie de la géométrie stochastique. Ce type de modélisation permet d'incorporer les effets de la propagation radio à petite et à grande échelle et surtout les différentes technologies de détection et de traitement de signal.

Dans la première partie de ce travail, nous avons identifié des techniques de traitement de signal qui ont le potentiel de remédier au problème de l'interférence. Précisément, nous avons considéré l'analyse de la technique de soustraction successive de l'interférence et la technologie des antennes multiples. Ce travail a abouti à des résultats analytiques qui expriment directement la qualité des liens entre les paires émetteur-récepteur en fonction, d'une part, des configurations du réseau, en termes du nombre d'unités, du type et de la charge du trafic des données ainsi que de la qualité de service minimale exigée, et d'autre part, des caractéristiques de la couche physique en termes des paramètres de l'environnement de propagation et du type du détecteur utilisé. Ces résultats analytiques permettent de quantifier l'amélioration du rapport signal à interférence plus bruit procurée en fonction du nombre d'antennes

utilisées et de l’algorithme de traitement de signal appliqué. Ainsi, ces résultats relient les paramètres de la couche physique aux paramètres des couches supérieures.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons élaboré une étude des performances de stratégies de communication opportunistes, et ce à partir des résultats développés dans la première partie. Cette étude a mené à une quantification des performances des approches opportunistes en termes de débit et de délai du réseau. Les résultats analytiques ont permis entre autre d’identifier les valeurs des paramètres du réseau qui aboutissent à son mode de fonctionnement optimal, c’est-à-dire des valeurs qui permettent de minimiser le délai moyen et de maximiser le débit global des communications.

# Abstract

In wireless communications energy and spectrum resources are scarce and expensive, they must be efficiently managed to address the growing requirement of emerging applications. Intensive works have been dedicated to develop advanced processing technologies to improve the spectral efficiency. In decentralized multiple access system such as ad hoc network, interference represents the major performance inhibitor. Thus interference mitigating is one of the major research subjects in recent years. Several solutions have been proposed that consists on exploiting the particular structure of the interference which depend on the physical layer used. In fact, technologies like spread spectrum and multiple antenna provide a number of degrees of freedom that when properly exploited increase the system tolerance to interference.

This thesis address the issue of quantifying the performance gain that can be achieved by using advanced signal processing technologies in the context of Ad Hoc networks, namely, interference cancellation and adaptive antenna array systems.

In the context of spread spectrum different multiuser receiver schemes was introduced. The well known Minimum Mean Square Error, MMSE, is the multiuser receiver that maximize the Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR. The equivalent solution in the context of antenna array is known as Optimum Combining, OC, receiver. Studying the reliability of these receiver is an important issue and have been the subject of extensive work in the literature. Despite this, there is still much work to do to understand their limits in many contexts.

In the first part, we derive the outage probability for the interference cancellation receiver and the optimum combining receiver. In the second part we establish an analysis of a number of opportunistic routing strategies and we quantify the performance gains achieved by employing adaptive antenna array systems in a multi-hop network.



# Table des matières

Dédicace . . . . .	iii
Remerciements . . . . .	iv
Résumé . . . . .	v
Abstract . . . . .	vii
Table des matières . . . . .	viii
Liste des tableaux . . . . .	xi
Liste des figures . . . . .	xii
Liste des annexes . . . . .	xv
Chapitre 1 Introduction . . . . .	1
1.1 Introduction aux réseaux ad hoc . . . . .	1
1.2 Problématiques de recherche dans les réseaux ad hoc . . . . .	3
1.2.1 La conception des protocoles de communication . . . . .	3
1.2.2 L'étude de la capacité . . . . .	6
1.3 Problématique spécifique : la réduction de l'interférence dans les réseaux ad hoc . . . . .	7
1.3.1 Contrôle de puissance . . . . .	7
1.3.2 Technologie d'antennes . . . . .	9
1.3.3 Traitement de signal . . . . .	9
1.4 Motivations, contributions et organisation de la thèse . . . . .	12
1.4.1 Motivations . . . . .	12
1.4.2 Contributions de la thèse . . . . .	14
1.4.3 Organisation de la thèse . . . . .	15
Chapitre 2 Modélisation de l'interférence dans les réseaux ad hoc . . . . .	16
2.1 Modèles de propagation . . . . .	16

2.2	Structure topologique . . . . .	18
2.3	Modèles de lien de communication . . . . .	20
2.4	Modèle du réseau ad hoc . . . . .	21
2.4.1	Description informelle . . . . .	22
2.4.2	Formulation mathématique . . . . .	23
2.5	Outils d'analyse et de mesure de performance . . . . .	24
2.6	Conclusion . . . . .	26
Chapitre 3 Soustraction successive de l'interférence . . . . .		28
3.1	Introduction . . . . .	28
3.2	Caractérisation de l'interférence dans les réseaux aléatoires . . . . .	29
3.3	Récepteur conventionnel : borne inférieure sur la probabilité de non disponibilité . . . . .	34
3.3.1	Dérivation de la probabilité de non disponibilité . . . . .	34
3.3.2	Étude de cas et résultats numériques . . . . .	37
3.4	Évaluation des performances de la soustraction successive de l'interférence	40
3.5	Applications et résultats numériques . . . . .	43
3.5.1	Exemples . . . . .	43
3.5.2	Résultats numériques . . . . .	43
3.6	Conclusion . . . . .	48
Chapitre 4 Analyse du potentiel des systèmes d'antennes multiples dans les réseaux ad hoc . . . . .		49
4.1	Introduction . . . . .	49
4.2	Modèle du réseau et expression de l'interférence . . . . .	50
4.3	Dérivation exacte de la distribution du SINR . . . . .	51
4.3.1	Discussion du résultat . . . . .	58
4.4	Résultats numériques . . . . .	59
4.5	Conclusion . . . . .	62
Chapitre 5 Impact du traitement de l'interférence sur la connectivité et les com- munications multi-saut . . . . .		64
5.1	Introduction . . . . .	64
5.2	Analyse de performance locale : densité de liens et de progrès . . . . .	65
5.2.1	Définition de la densité de liens et de progrès . . . . .	65

5.2.2	Optimisation locale de la densité de liens et de progrès . . . . .	65
5.3	Impact de la réduction de l'interférence sur la connectivité . . . . .	69
5.4	Analyse du potentiel des communications opportunistes . . . . .	73
5.4.1	Analyse du routage à portée maximale . . . . .	74
5.4.2	Analyse du routage MFR . . . . .	79
5.4.3	Application et aspect d'implémentation . . . . .	85
5.5	Conclusion . . . . .	88
Chapitre 6	Conclusion . . . . .	90
	Bibliographie . . . . .	93

# Liste des tableaux

TABLEAU 2.1	Valeurs typiques de l'exposant d'atténuation $\alpha$ . . . . .	18
TABLEAU 5.1	Valeurs numériques des gains procurés par la technique MMSE	67

# Liste des figures

FIGURE 1.1	Exemple de région de capacité avec une interférence élevée ou très élevée . . . . .	11
FIGURE 2.1	Exemple de structures topologiques. . . . .	19
FIGURE 2.2	Effet du choix de la portée de communication . . . . .	21
FIGURE 2.3	Exemple de configuration des liens suivant le modèle physique (lignes continues) et le modèle Booléen (lignes pointillées). Les émetteurs sont représentés par des triangles et les récepteurs par des cercles . . . . .	22
FIGURE 3.1	Bruit de grenaille . . . . .	29
FIGURE 3.2	Histogramme empirique de la distribution de l'interférence. . . . .	33
FIGURE 3.3	Probabilité de non disponibilité en fonction de la densité pour $\alpha = 4$ : (a) Résultats analytiques et expérimentaux pour $f_1(x) = x^{-\alpha}$ , $f_2(x) = \max(1, x^{-\alpha})$ et $\beta = 1$ . (b) Influence du seuil $\beta$ sur l'écart entre la borne inférieure et la valeur exacte . . . . .	39
FIGURE 3.4	Probabilité de non disponibilité en fonction de la densité pour un évanouissement de Rayleigh : (a) Résultats analytiques et expérimentaux pour $f_1(x) = x^{-\alpha}$ , $f_2(x) = \max(1, x^{-\alpha})$ et $\alpha = 4$ . (b) Influence de la valeur de $\alpha$ sur l'écart entre la borne inférieure et la valeur exacte . . . . .	39
FIGURE 3.5	Puissances reçues égales : bornes inférieures et résultats expérimentaux . . . . .	44
FIGURE 3.6	Évanouissement de Rayleigh : bornes inférieures et résultats expérimentaux . . . . .	45
FIGURE 3.7	Inversion du canal : bornes inférieures et résultats expérimentaux . . . . .	45
FIGURE 3.8	Comparaison des performances avec soustraction du signal le plus élevé : Puissances reçues déterministes, évanouissement de Rayleigh, inversion du canal. . . . .	47
FIGURE 3.9	Effet du paramètre $\xi$ sur la probabilité de non disponibilité. . . . .	47

FIGURE 4.1	Probabilité de non disponibilité du récepteur MMSE : résultats de simulations (lignes pointillées) et théoriques (lignes continues) avec $\sigma^2 = -5.7dB$ . . . . .	60
FIGURE 4.2	Probabilité de non disponibilité : Combinaison à ratio maximal, forçage à zéro et combinaison optimale avec $L=3$ et $\sigma^2 = 0$ . . . . .	60
FIGURE 4.3	La moyenne du SINR en fonction du nombre d'antennes : Résultats exacts et asymptotiques. . . . .	61
FIGURE 4.4	Densité de transmission maximale pour une contrainte sur la probabilité de non disponibilité $\epsilon = 10^{-2}$ . . . . .	62
FIGURE 5.1	(a) Densité de transmission optimale et (b) densité de communications réussies en fonction du nombre d'antennes avec $\beta = 3dB$ , $\alpha = 3$ et $d_r = 10m$ . . . . .	68
FIGURE 5.2	(a) Distance de transmission optimale et (b) Densité de progrès en fonction du nombre d'antennes avec $\beta = 3dB$ , $\alpha = 3$ et $\lambda^t = 10^{-3}$ . . . . .	68
FIGURE 5.3	Probabilité d'isolement : résultats analytiques et expérimentaux, $\beta = 1$ et $\alpha = 3$ . . . . .	73
FIGURE 5.4	Illustration des scénarios NR et RLM. . . . .	75
FIGURE 5.5	Progrès moyen en fonction de la probabilité de transmission avec $\beta = 1$ , $\alpha = 3$ et $\lambda = 1$ avec un nombre d'antennes variant de 1 à 3. (a) LER (b) NR. . . . .	78
FIGURE 5.6	(a) Densité de progrès en fonction de la probabilité de transmission (b) Probabilité de transmission optimale en fonction du nombre d'antennes avec $\beta = 1$ , $\alpha = 3$ et $\lambda = 1$ . . . . .	79
FIGURE 5.7	Progrès effectif suivant la direction de la destination . . . . .	80
FIGURE 5.8	Résultats analytiques et expérimentaux : stratégie MFR et récepteur le plus proche dans un cône avec $\alpha = 4$ , $\beta = 1$ $\lambda = 1$ et $\rho = 0.75\pi$ . . . . .	84
FIGURE 5.9	(a) Densité de progrès avec différents nombres d'antennes (b) Probabilité de transmission optimale en fonction du nombre d'antennes avec $\beta = 1$ , $\alpha = 3$ , $\lambda = 1$ et $\rho = 0.75\pi$ . . . . .	84
FIGURE 5.10	(a) Délai d'acheminement d'un paquet en fonction de la probabilité de transmission avec différents nombres d'antennes (b) Nombre de sauts en fonction de la probabilité de transmission avec $\beta = 10$ , $\alpha = 3$ et $\lambda = 10^{-3}$ . . . . .	86

FIGURE 5.11    Processus de selection du récepteur suivant la stratégie MFR .    88

# Liste des annexes

ANNEXE A	Exemple de simulation : soustraction de l'interférence . . . . .	103
ANNEXE B	Exemple de simulation : Systèmes d'antennes . . . . .	106



## SYMBOLES

ACK	Acknowledge
AODV	Ad-hoc <b>O</b> n-demand <b>D</b> istance <b>V</b> ector
BC	<b>B</b> roadcast <b>C</b> hannel
CAI	<b>C</b> ollision <b>A</b> voidance <b>I</b> nformation
CCDF	<b>C</b> omplementary <b>C</b> umulative <b>D</b> istribution <b>F</b> unction
CDF	<b>C</b> umulative <b>D</b> istribution <b>F</b> unction
CDMA	<b>C</b> ode <b>D</b> ivision <b>M</b> ultiple <b>A</b> ccess
CSMA	<b>C</b> arrier <b>S</b> ense <b>M</b> ultiple <b>A</b> ccess
DSDV	<b>D</b> estination <b>S</b> equenced <b>D</b> istance <b>V</b> ector
EXOR	<b>E</b> xtremely <b>O</b> ppportunistic <b>R</b> outing
FDMA	<b>F</b> requency <b>D</b> ivision <b>M</b> ultiple <b>A</b> ccess
MAC	<b>M</b> ultiple <b>A</b> ccess <b>C</b> hannel
MFR	<b>M</b> aximum <b>F</b> orward <b>R</b> outing
MMSE	<b>M</b> inimum <b>M</b> ean <b>S</b> quare <b>E</b> rror
MRC	<b>M</b> aximal <b>R</b> atio <b>C</b> ombining
NR	<b>N</b> earest <b>R</b> eceiver
OC	<b>O</b> ptimum <b>C</b> ombining
RLM	<b>R</b> outage à <b>L</b> ongueur <b>M</b> aximale
SINR	<b>S</b> ignal to <b>I</b> nterference plus <b>N</b> oise <b>R</b> atio
SIR	<b>S</b> ignal to <b>I</b> nterference <b>R</b> atio
SNR	<b>S</b> ignal to <b>N</b> oise <b>R</b> atio
TDMA	<b>T</b> ime <b>D</b> ivision <b>M</b> ultiple <b>A</b> ccess
ZF	<b>Z</b> ero <b>F</b> orcing

## NOTATIONS

$\lambda :$	Densité des noeuds
$\beta :$	Seuil du SINR
$d_r :$	Distance arbitraire entre un émetteur et un récepteur
$\Gamma :$	Fonction Gamma
$E[\cdot] :$	L'opérateur moyenne
$F_x :$	Fonction de répartition de la variable aléatoire $x$
$f_x :$	Densité de probabilité de la variable aléatoire $x$
$P(A) :$	Probabilité de l'évènement $A$
$\mathcal{L}(\cdot) :$	Transformation de Laplace
$\mathbf{x} :$	Un vecteur
$\mathbf{X} :$	Une matrice
$\mathcal{A} :$	Un ensemble
$card(\cdot) :$	Nombre d'éléments d'un ensemble
$^T :$	L'opérateur transposé conjugué
$\mathcal{C}_n^k :$	Combinaison de $k$ éléments parmi un ensemble de $n$ éléments

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Introduction aux réseaux ad hoc

Les systèmes de communication sans fil ont évolué considérablement durant les dernières décennies. Ils ont passé d'un système de transfert de données simple à un système qui supporte une vaste gamme d'applications incluant le trafic temps réel de voix, image, vidéo et de données. Ces applications sont de plus en plus exigeantes en termes de qualité de service. Il existe donc un besoin de mettre en œuvre des systèmes à haute capacité. Cependant, la capacité des communications sans fil est pénalisée par deux facteurs. Le premier facteur est relié au coût élevé du spectre fréquentiel. Le deuxième facteur découle de la nature du lien sans fil. En effet, les canaux sans fil subissent des perturbations qui sont dues aux phénomènes de propagation, d'interférence et de mobilité. À ces défis s'ajoutent le besoin et le désir d'établir des réseaux à faible coût, flexibles et faciles à mettre en œuvre. Ce dernier élément a accentué l'intérêt pour les réseaux ad hoc. Un réseau ad hoc mobile est un réseau formé par une collection de nœuds sans fil et mobiles sans l'aide d'une infrastructure préétablie. Un nombre quelconque de nœuds suffit pour former un réseau ad hoc. Contrairement aux cas des réseaux cellulaires, la gestion des communications s'effectue d'une manière complètement décentralisée. Les premières recherches sur les réseaux ad hoc ont été initiées par un organisme de l'armée américaine DARPA (Defence Advanced Research Project Agency) dans les années 60. L'objectif était de concevoir des systèmes de communication qui peuvent être déployés rapidement dans des milieux hostiles tels que dans les champs de batailles ou dans les lieux de catastrophes naturelles. Les applications qui ont été envisagées pour les réseaux ad hoc sont celles qui nécessitent une mise en place rapide et peu coûteuse. Par la suite, le développement des technologies sans fil a suscité l'intérêt de commercialiser ce type de réseau. Les réseaux ad hoc présentent des particularités qui les distinguent des autres types de réseaux sans fil, dont les principales sont :

- L’absence d’infrastructure : la mise en place est très flexible, rapide et peu coûteuse. En contre partie, l’absence d’infrastructure oblige les nœuds à se comporter comme des routeurs qui participent à la découverte et à la maintenance des connectivités. Les nœuds sont responsables de l’acheminement des données à la bonne destination à travers une topologie donnée.
- La topologie est hautement dynamique : La topologie d’un réseau ad hoc est variable dans le temps. En effet, ses composantes sont mobiles et peuvent changer, sans contraintes, leurs positions et leurs vitesses. De plus, un nœud peut rejoindre ou quitter le réseau. Par conséquent, les dispositions des nœuds ainsi que leur nombre changent d’une façon quasi-aléatoire. Le réseau doit donc établir des mécanismes d’adaptation pour suivre les changements topologiques.
- La largeur de bande est limitée : Les canaux sans fil, en général, présentent des limitations telles que les phénomènes de bruit, d’évanouissement et d’interférence. Ces faits réduisent la largeur de bande effective disponible pour chaque nœud. Les protocoles de la couche physique, d’accès au médium et celle de routage doivent s’adapter aux imperfections du support de transmission et gérer la largeur de bande disponible.
- Les ressources énergétiques sont limitées : Les entités formant un réseau ad hoc présentent généralement des ressources énergétiques différentes et limitées. Les protocoles de communication doivent prendre en compte ces contraintes énergétiques pour optimiser la durée de vie du réseau.
- La sécurité est problématique : À cause des caractéristiques du lien physique, les réseaux mobiles sans fil sont susceptibles d’avoir des lacunes de sécurité et peuvent être facilement attaqués. Pour un réseau ad hoc, le risque est plus élevé puisque les données transmises sont acheminées, en général, par des nœuds inconnus, ce qui pose un problème de confidentialité et nécessite l’implémentation d’un protocole de sécurité. D’un autre côté, la nature décentralisée d’un réseau ad hoc lui procure une forme de robustesse contre les failles ponctuelles.

## 1.2 Problématiques de recherche dans les réseaux ad hoc

### 1.2.1 La conception des protocoles de communication

Les caractéristiques de flexibilité et de facilité d'implémentation des réseaux ad hoc ont motivé leur intégration dans diverses applications. Cependant, l'absence d'une unité de contrôle, la mobilité et la nature du support de transmission sont des facteurs qui limitent considérablement la capacité de ces réseaux. Certes, ces problèmes ne sont pas propres aux réseaux ad hoc puisqu'on les retrouve dans n'importe quel type de réseau sans fil. Néanmoins, ils s'intensifient dans le contexte ad hoc à cause de la nature distribuée de ces réseaux. De ce fait, plusieurs problématiques de conception émergent principalement aux niveaux des couches physique, d'accès et de routage qui sont plus au moins liées.

**La couche physique** La principale fonctionnalité de la couche physique est la transmission point à point des données binaires à travers un canal physique. Les communications au niveau de la couche physique dans un réseau ad hoc ne diffèrent pas fondamentalement de celle des réseaux cellulaires sauf sur quelques aspects. En effet, les caractéristiques du canal physique sont semblables. La différence entre les deux peut être résumée comme suit : Dans un réseau cellulaire les communications s'effectuent entre une station de base fixe et un nœud qui peut être mobile. Dans les réseaux ad hoc, les communications peuvent avoir lieu entre deux entités mobiles. Dans ce cas, le modèle de canal doit incorporer ce type de double mobilité ce qui affecte principalement le spectre de Doppler [1–3].

Le choix conceptuel de la couche physique influence directement le fonctionnement et l'efficacité des protocoles d'accès et de routage. En effet, le type de modélisation, de codage, de technique de réception ainsi que de la technologie d'antennes affectent les valeurs des rapports signal à interférence et bruit (SINR) de toutes les communications en cours. D'une part, le SINR est directement relié au taux d'erreur par paquet. Plusieurs types de protocoles de la couche liaison retransmettent les paquets reçus avec un certain niveau de taux d'erreur. Par conséquent, le mode d'opération de la couche physique influence les retransmissions requises à la couche liaison. D'autre part, le SINR détermine l'ensemble des liens entre les différents nœuds du réseau. De

ce fait, la couche physique contribue à la définition des connectivités dans le réseau, qui détermine la topologie du réseau considéré par le protocole de routage.

**La couche liaison** Le rôle principal de la couche liaison est d'assurer le partage de l'accès à la largeur de bande disponible entre les différents utilisateurs et de résoudre certains problèmes spécifiques aux transmissions radio (par exemple, le problème des nœuds cachés ou exposés). Les protocoles d'accès peuvent être classés en deux groupes : les protocoles d'accès multiple et les protocoles d'accès aléatoire avec ou sans planification. Les protocoles d'accès multiple consistent à subdiviser le spectre disponible en des sous canaux et à les affecter aux utilisateurs. Les différents canaux s'obtiennent par répartitions du temps (TDMA), des fréquences (FDMA), des codes (CDMA) ou d'une façon hybride. Par la suite, chaque utilisateur doit planifier ses transmissions sur l'un de ces canaux tout en évitant les conflits avec ses voisins. Les méthodes d'accès multiple sont nécessaires dans le contexte où les nœuds ont des transmissions continues ou ont des contraintes de délais. Cependant, dans des systèmes où les données sont générées aléatoirement et où le nombre d'utilisateurs est très grand par rapport au nombre de canaux, la répartition rigide entraîne un gaspillage de la largeur de bande. De plus, dans des structures décentralisées, ce type de technique est très coûteux et complexe à implémenter. Dans de tels cas, les protocoles d'accès aléatoire sont plus appropriés du fait qu'ils n'affectent les canaux qu'aux utilisateurs actifs. Les protocoles d'accès aléatoire ont été initiés par Abramson qui a mis en place le protocole ALOHA [4]. Dans ce protocole, les utilisateurs procèdent à la transmission dès qu'ils ont des données. L'ALOHA peut être très inefficace vu qu'il n'effectue aucun traitement des collisions. Des modifications à l'ALOHA ont été proposées pour remédier à ce problème dont le Slotted ALOHA, le CSMA (Carrier Sense Multiple Access) [5], le CSMA/CA (CSMA Collision Avoidance) ainsi que le MACA (Multiple Access Collision Avoidance) [6, 7]. Ces protocoles se basent essentiellement sur l'écoute du canal et sur les échanges des paquets de contrôle afin d'effectuer la réservation du canal entre les nœuds.

**La couche réseau** Les protocoles de la couche réseau incluent principalement les fonctions liées à la découverte des connectivités et au routage. La première fonction consiste, pour chaque nœud, à déterminer l'ensemble de ses voisins, en d'autres termes l'ensemble des nœuds à sa portée directe de communication. Cet ensemble

est généralement considéré déterminé par la puissance de transmission. La majorité des réseaux ad hoc exigent l'établissement d'une connexité totale du réseau, c'est à dire que chaque nœud peut atteindre n'importe quel nœud soit directement soit par l'intermédiaire d'autres nœuds. Les nœuds doivent donc ajuster leurs puissances de transmission afin d'atteindre une connectivité minimale. Par exemple, [8] fournit une analyse de la puissance minimale requise à chaque nœud pour atteindre la connexité du réseau. La connexité atteinte doit être maintenue sous la contrainte de la mobilité des nœuds. Certes, la mobilité des nœuds rend la connexité du réseau vulnérable. De ce fait, les nœuds doivent s'adapter aux variations produites par la mobilité.

Le routage est une méthode d'acheminement des paquets d'information à leurs destinations à travers un ensemble de connexions donné. Le problème de routage consiste à déterminer un acheminement optimal des données au sens d'un certain critère de performance. Il s'agit d'identifier les routes à coût minimal et de garantir leur maintenance en cas de variations dans le réseau. Les critères de détermination du coût d'une route dépendent des objectifs de l'application, notamment la minimisation du délai, du nombre de sauts ou de la congestion du réseau [9]. Traditionnellement, le critère principal est la minimisation de la longueur des routes en termes de nombre de sauts. La majorité des protocoles de routage utilisent des algorithmes classiques de recherche de chemin optimal tels que l'algorithme de Bellman-Ford ou celui de Dijkstra [10]. Ces algorithmes sont appliqués localement ou globalement. Le moment de construction du chemin d'une source à une destination détermine la catégorie à laquelle appartient le protocole de routage. En effet, il existe des algorithmes proactifs où les routes sont construites à l'avance tel que le DSDV [11]. L'inconvénient de ce type de protocoles est qu'ils doivent être réinitialisés à chaque fois qu'il y a un changement dans le réseau. Dans les réseaux ad hoc sans fil, ces changements sont très fréquents ce qui signifie un échange fréquent de messages de contrôle induisant une surcharge du réseau. La deuxième catégorie inclut les protocoles de routage réactifs, tel que l'AODV [12], où les chemins sont construits à la demande. Ce type de protocoles présente moins de surcharge mais induit un délai puisque les communications doivent attendre l'établissement des routes. Les protocoles de routage cités sont des adaptations des protocoles de routage conçus pour les communications filaires. L'utilisation de ces techniques permet d'atteindre de bonnes performances dans le cas des réseaux filaires mais présentent des limites sérieuses dans les réseaux sans fil puisqu'elles ne gèrent pas complètement des phénomènes tels que l'asymétrie

des liens, l'interférence et la mobilité. Des recherches récentes sont orientées vers la considération des particularités des liens sans fil tels que le routage multi-chemin qui applique le principe de diversité de chemin [13, 14] ainsi que le principe de routage opportuniste qui construit les routes en fonction aussi bien de la dimension spatiale que temporelle du réseau [15].

### 1.2.2 L'étude de la capacité

La capacité est définie comme étant la quantité maximale d'information binaire qui peut être transmise, avec une probabilité d'erreur arbitrairement faible, par unité de temps d'un point à un autre. La capacité d'un canal Gaussien a été déterminée par Shannon [16]. De même, la capacité dans le contexte de réseaux centralisés, notamment la capacité du canal Gaussien avec accès multiple (MAC) ou du canal de diffusion (BC) (respectivement plusieurs sources à une destination et une source à plusieurs destinations), est bien définie et connue. En effet dans ces cas, la définition de la capacité du canal Gaussien est généralisée à celle de la notion de *région de capacité*. La région de capacité d'un canal (MAC ou BC) à  $N$  utilisateurs est l'union de tous les vecteurs à  $N$  dimensions formés par les débits atteignables simultanément par les  $N$  utilisateurs [17, 18].

Dans le contexte de réseaux distribués, la détermination de la capacité est un problème ouvert depuis quelques décennies. En effet, dans un réseau de  $N$  utilisateurs, chaque nœud peut communiquer avec  $N - 1$  autres nœuds. La dimension de la région de capacité est  $N(N - 1)$ . Même pour le cas relativement simple de canal avec interférence, la capacité reste non déterminée sauf pour le cas de deux utilisateurs où la capacité a été évaluée récemment à un bit près [19]. Étant donnée la complexité de la notion de région de capacité dans un réseau ad hoc, des simplifications à cette problématique ont été proposées. La première est développée dans [20] où une approche de géométrie algorithmique a été proposée pour le calcul numérique des matrices de capacité avec différentes stratégies sous optimales de communication. Cependant, cette approche a une complexité numérique très élevée même pour un faible nombre de nœuds.

La deuxième approche a été initiée par Gupta et Kumar [21] qui ont proposé deux simplifications à la problématique. La première simplification consiste à considérer une *capacité uniforme*. La capacité uniforme est définie comme étant le débit maximal atteignable par tous les nœuds. Cette simplification permet de réduire le problème



de région de capacité à une capacité scalaire. La deuxième simplification consiste à considérer la tendance asymptotique de la capacité. La problématique devient la recherche de l'ordre de la capacité uniforme. Le résultat principal de cette approche affirme que le débit par nœud par mètre dans un réseau ad hoc fixe a un ordre inversement proportionnel à la racine carrée du nombre de nœuds. Ce résultat indique qu'avec des stratégies d'accès et de routage optimales, la capacité par nœud tend vers 0 quand le nombre de nœuds est très élevé. Ceci est une conséquence du fait que dans un réseau fixe, avec un nombre élevé de nœuds, un nœud consomme une partie importante de sa capacité dans l'acheminement des données des autres nœuds. Dans [22], Grossglauser et Tse proposent un schéma de communication qui exploite la mobilité, qui procure une forme de diversité multi-usager, pour montrer que sans contrainte de délai l'ordre de capacité par nœud est 1.

À partir des travaux de Gupta et Kumar, une multitude d'approches ont découlé qui identifient l'ordre asymptotique de la capacité uniforme avec des hypothèses différentes sur les modèles de propagation et de trafic de données ainsi qu'avec des approches de coopération [23–26]. La méthodologie développée par Gupta et Kumar a permis de montrer qu'avec des analyses simples utilisant des outils de la théorie de géométrie stochastique et de graphe aléatoire, une vision globale des limites de la capacité dans les réseaux ad hoc peut être obtenue. Cependant, les résultats fournis sont à un ordre près. Dans les systèmes pratiques, une constante près peut faire une grande différence. Une analyse plus fine est nécessaire pour permettre de comprendre et distinguer l'influence des différentes technologies sur le comportement et les performances des réseaux distribués.

## 1.3 Problématique spécifique : la réduction de l'interférence dans les réseaux ad hoc

### 1.3.1 Contrôle de puissance

Le contrôle de puissance de transmission dans les réseaux ad hoc est un thème de recherche qui a suscité beaucoup d'intérêt à différents niveaux. La puissance de transmission influence la portée des communications et a un impact sur les communications simultanées dans une région de l'espace. La sélection du niveau optimal de puissance dépend des objectifs envisagés. Les stratégies de contrôle de puissance peuvent être

subdivisées en trois classes : orientées vers la conservation des ressources énergétiques, vers la réduction de l'interférence ou vers la connectivité. Ces trois aspects sont liés et présentent des compromis qui révèlent des problématiques sur le choix de la couche où le contrôle de puissance doit être implémenté [27].

Le contrôle de puissance orienté vers la réduction de l'interférence a pour objectif principal de maintenir un bas niveau d'interférence sans sacrifier des aspects essentiels du réseau notamment le débit, le délai ainsi que la réutilisation spatiale. Encore une fois, deux classes d'approches ou de points de vue peuvent être distingués. La première approche associe la réduction de l'interférence au contrôle de la topologie qui est traditionnellement une fonction de la couche réseau. La deuxième approche associe la réduction de l'interférence au contrôle d'accès.

Le contrôle de topologie, à travers le contrôle de puissance, a pour objectif de réduire l'interférence et la consommation énergétique tout en garantissant la connexité du réseau. Une conjecture qui a longtemps été maintenue dans la littérature considère que la réduction de l'interférence s'obtient par la réduction du nombre de voisins par nœud. En d'autres termes, moins il y a de liens dans le réseau, moins l'interférence est sévère. Par conséquent la majorité des algorithmes proposés dans la littérature ont tendance à réduire le nombre de voisins par nœud tout en assurant une connectivité minimale, et ce afin d'éviter d'avoir des chemins de longueur inacceptable. Ces approches utilisent généralement des algorithmes de la théorie des graphes tels que la triangulation de Delaunay [28] et les arbres de recouvrement [29]. Cependant, [30] a développé une preuve qui contredit cette conjecture et propose une nouvelle construction de topologie basée plutôt sur la notion d'impact de lien. Finalement, d'autres approches de contrôle de topologie se basent sur la construction de structures de grappes (clusters) [31, 32].

Les protocoles d'accès qui intègrent un mécanisme de contrôle de puissance se basent généralement sur un ajout d'informations particulières aux messages de contrôle et de réservation du canal de type CAI (Collision Avoidance Information). À la différence des messages de contrôle classiques (tel que RTS/CTS), les messages CAI n'interdisent pas complètement aux nœuds qui les ont captés de procéder à des émissions. Les messages CAI fournissent de l'information sur la marge d'interférence tolérée par la transmission en cours. Les nœuds concurrents procèdent à un ajustement de leurs puissances de transmission afin de respecter cette marge. Les protocoles d'accès qui utilisent cette approche se distinguent essentiellement par la méthodologie de

détermination de la marge d'interférence et par le mécanisme d'échange des messages CAI [33, 34].

### 1.3.2 Technologie d'antennes

Une antenne omnidirectionnelle transmet ou reçoit l'énergie dans toutes les directions. Cette énergie n'arrive pas en totalité à la destination désirée. L'énergie perdue est non seulement gaspillée mais génère aussi de l'interférence aux autres utilisateurs. Une antenne directionnelle permet de focaliser l'énergie vers une direction particulière. La combinaison de plusieurs antennes directionnelles forme une antenne sectorielle qui permet de subdiviser l'espace en secteurs et de choisir le secteur approprié suivant la direction de la destination. Leur inconvénient principal est la rigidité dans l'établissement d'un nombre fini préfixé de secteurs. Des technologies d'antennes plus avancées, les antennes adaptatives, combinent un système d'antennes (non nécessairement directionnelles) à des algorithmes de traitement de signal qui permettent d'adapter le diagramme de rayonnement à l'environnement d'opération (évanouissement du signal désiré et interférence) [35]. Les recherches existantes dans les réseaux ad hoc ont considéré principalement le type d'antennes sectorielles. Ces derniers ont le potentiel d'améliorer la portée de transmission et la réutilisation spatiale. Les études menées portent essentiellement sur la conception de nouveaux protocoles d'accès et de routage qui prennent en considération l'aspect directionnel des transmissions et des réceptions. De cet aspect, les notions de voisinage et de communications concurrentielles sont différentes de celles du cas d'antennes omnidirectionnelles [36–39].

### 1.3.3 Traitement de signal

L'interférence dans les systèmes de communication est souvent décrite comme étant un phénomène crucial dont les conséquences sont désastreuses. Les approches proposées pour les réseaux ad hoc ont souvent tendance à éviter ce phénomène ou à l'ignorer. Dans le premier cas, l'interférence est complètement éliminée par orthogonalisation des communications simultanées en temps, en fréquence ou en espace. Dans le deuxième cas, l'interférence s'ajoute simplement au niveau de bruit. D'une part, l'orthogonalisation des communications engendrent une perte à priori de l'efficacité spectrale. D'autre part, considérer l'interférence comme du bruit est un traitement

sous optimal étant donné que l'interférence est composée d'informations structurées. Il est souvent supposé qu'un niveau d'interférence élevé engendre une dégradation des performances plus importante que celle engendrée par un niveau faible d'interférence. Cependant, ce fait représente plutôt une conséquence de la technologie de communication utilisée qu'une limite établie par la théorie de l'information. Il a été mentionné dans la section 1.2.2 que la capacité de canal à interférence est un problème non résolu dans le cas général. Par contre, cette capacité est déterminée dans certains cas particuliers. Précisément, ces cas particuliers concernent un canal à interférence à deux usagers avec un niveau élevé d'interférence. En effet, si on considère un ensemble de deux communications sur un même canal  $(TX_1, RX_1)$  et  $(TX_2, RX_2)$ , les signaux reçus au niveau de  $RX_1$  et  $RX_2$  sont respectivement :

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + \sqrt{a_1}x_2 + n_1 \\ y_2 &= x_2 + \sqrt{a_2}x_1 + n_2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

où  $x_1$  (respectivement  $x_2$ ) est le signal émis par  $TX_1$  (respectivement  $TX_2$ ) dont les puissances reçues aux niveaux de  $RX_1$  et  $RX_2$  sont  $P_1$  et  $a_2P_1$  (respectivement  $a_1P_2$  et  $P_2$ ) ;  $n_1$  et  $n_2$  représentent le bruit Gaussien à  $RX_1$  et  $RX_2$  de variance  $N_1$  et  $N_2$ . Dans [40], il a été démontré que lorsque le niveau de l'interférence aux deux récepteurs est très élevé, les deux communications peuvent être établies aux mêmes débits que ceux possibles sans interférence. En d'autres termes, le cas d'interférence très élevée est théoriquement équivalent au cas d'absence d'interférence. L'interférence est définie comme étant très élevée si  $a_1 \geq \frac{P_1+N_1}{N_2}$  et  $a_2 \geq \frac{P_2+N_2}{N_1}$ . La contrainte sur  $a_1$  assure que le signal  $x_2$ , à un débit de  $\log(1 + P_2/N_2)$ , non désiré au premier récepteur, peut être decodé adéquatement en présence de  $x_1$ . Le récepteur  $RX_2$  procède donc dans une première étape à la détermination de  $x_2$  et dans une deuxième étape, il soustrait  $x_2$  du signal reçu. Le signal  $x_1$  peut être decodé correctement si son débit est inférieur à  $\log(1 + P_1/N_1)$ . La même procédure est appliquée au récepteur 2. Ainsi, avec une simple procédure de décodages successifs, les deux utilisateurs peuvent communiquer simultanément sans pour autant affecter la qualité de leurs communications respectives. Dans [41], Stao donne un deuxième cas où la région de capacité de deux utilisateurs peut être déterminée facilement. Ce cas est désigné par un niveau d'interférence élevé. Les contraintes sur  $a_1$  et  $a_2$  deviennent  $a_1 \geq N_1/N_2$  et  $a_2 \geq N_2/N_1$ . Stao démontre que la région de capacité dans ce cas particulier est simplement l'in-

tersection des deux régions de capacité obtenues en considérant deux canaux de type MAC aux deux récepteurs. Ainsi, chaque récepteur procède aussi bien au traitement du signal désiré qu'à l'interférence [42]. La figure 1.1 montre un exemple de région de capacité obtenue lorsque l'interférence est très élevée (figure 1.1(a)) ou élevée (figure 1.1(b)).

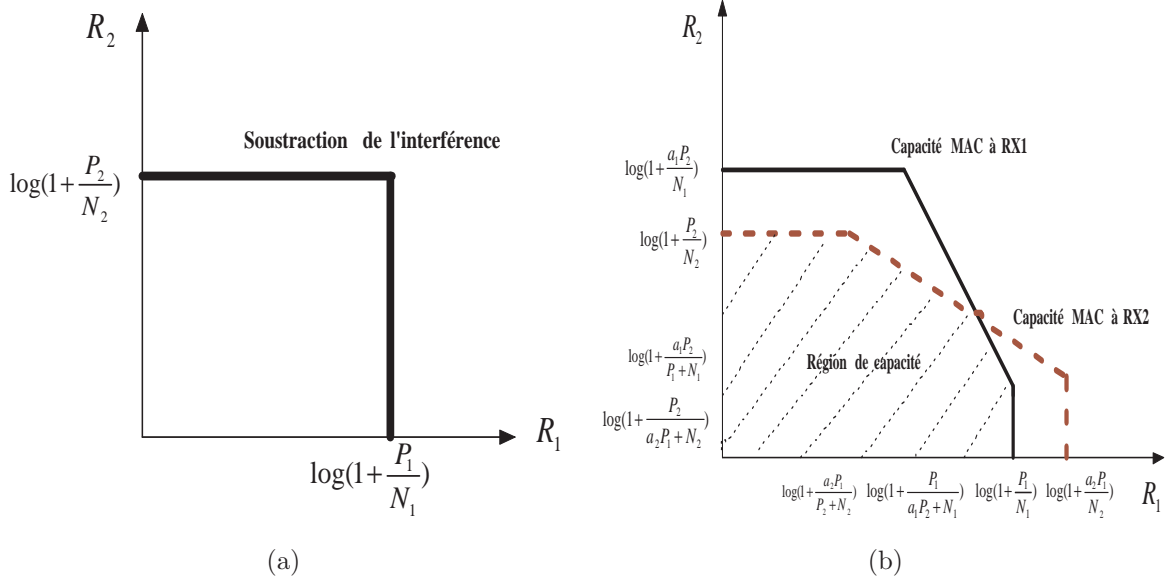


FIGURE 1.1 Exemple de région de capacité avec une interférence élevée ou très élevée

La procédure de soustraction de l'interférence, sous certaines conditions, est un moyen efficace pour permettre des communications simultanées fiables. Le terme soustraction de l'interférence peut référer à tout type de technique qui applique un traitement particulier au signal interférant dans le but d'obtenir une version moins corrompue du signal désiré. Comme décrit dans le paragraphe précédent, le concept même remonte au début des années 70 [40–43]. Depuis, le sujet de développement des techniques de traitement de l'interférence sous ses différentes formes a fait l'objet d'une étude intensive dans la littérature. En effet, le phénomène de l'interférence ne concerne pas seulement les interférences entre utilisateurs mais aussi les interférences entre symboles dans les canaux sélectifs en fréquence ainsi que l'interférence provenant du multiplexage spatial des données. Particulièrement, le traitement de l'interférence entre usagers est accentué pour les systèmes CDMA et les systèmes d'antennes multiples. Ces systèmes procurent des degrés de liberté en code ou en espace qui permettent un

traitement de l'interférence plus avancé que celui de la soustraction successive de l'interférence. L'approche de détection multi-usager proposée par Verdù [44] a fait naître une variété de classes de détecteurs tels que le détecteur avec forçage à zéro qui tend à utiliser les degrés de liberté pour annuler un nombre de signaux d'interférence, ou le détecteur MMSE (Minimum Mean Square Error) qui tend à maximiser le rapport signal à interférence plus bruit. De même, dans la même classe, plusieurs variantes d'algorithmes ont été proposées. L'efficacité de ces algorithmes est mesurée en termes de complexité, de connaissance exigée et de temps de convergence. Une revue extensive des différentes techniques de traitement de l'interférence est fournie dans [45].

## 1.4 Motivations, contributions et organisation de la thèse

### 1.4.1 Motivations

Les sections précédentes ont montré que la recherche dans le contexte des communications ad hoc porte sur des sujets très diversifiés qui exposent des problématiques qui sont plus au moins liées. Le thème central partagé par ces problématiques est le traitement du phénomène de l'interférence. Il va sans dire que l'interférence est une limitation majeure des performances des communications sans fil, qui s'intensifie particulièrement dans les réseaux ad hoc. Une partie importante de la recherche dans le contexte des réseaux ad hoc est dédiée au développement et à la conception des protocoles de communication pour le contrôle d'accès ainsi que pour le routage. Un des critères principaux de conception de ces protocoles est la gestion du problème de l'interférence tout en garantissant un bon compromis entre la réutilisation spatiale (en termes du taux de communications simultanées), la qualité et le débit des communications. De nouveaux axes de recherche sont orientés vers l'analyse théorique de la limite de la capacité des réseaux ad hoc avec des protocoles de communication idéalistes. Malgré cela, l'interférence reste une problématique sous étudiée et souvent menée avec des hypothèses relativement simplistes. La raison principale est que ce phénomène est complexe à modéliser et à spécifier explicitement surtout dans un contexte où la coordination entre les communications est difficile à établir. Le modèle le plus souvent adopté dans la littérature est celui de région d'exclusion autour de chaque communication. Ce modèle suppose qu'une communication peut s'établir tant

que sa région d'exclusion est dépourvue d'interférence. Ce modèle est très limitant puisqu'il ne constitue pas un indicateur de la qualité réelle des communications et ne permet pas de différencier entre les technologies de traitement de signal appliquées. Un indicateur plus réaliste est le rapport signal à interférence plus bruit SINR qui est une fonction des distances, des évanouissements et des techniques de traitement de signal. Il permet entre autres de dégager des conclusions directes sur la fiabilité et sur le débit possible d'une communication dépendamment de la technologie disponible. Cette thèse relève le défi de la caractérisation du SINR pour des techniques de traitement de signal orientées vers la réduction de l'interférence dans le but de quantifier explicitement leurs apports potentiels en performance. De cet objectif principal, trois sous problématiques se dégagent :

1. L'interférence dans un réseau ad hoc dépend de plusieurs paramètres tels que les positions géométriques des émetteurs concurrentiels, leur nombre ainsi que l'état des canaux au cours des communications. Il est essentiel d'avoir un modèle en même temps général et représentatif de ce phénomène. Cependant, il y a un compromis entre la pertinence de la modélisation et son niveau de fiabilité par rapport à la pratique. Également sa complexité doit être maîtrisable afin de permettre la faisabilité d'une étude analytique de laquelle des conclusions et des recommandations significatives peuvent être dégagées.
2. Le SINR est un premier indicateur de performance qui permet une comparaison significative entre les différentes techniques de traitement de signal. Il est impératif de dériver une caractérisation simple de ses variations en fonction de paramètres pertinents de la couche physique afin de pouvoir la réutiliser à un niveau plus élevé du réseau.
3. La caractérisation du SINR donne une première idée des performances des communications directes. Dans un réseau ad hoc la considération des communications multi-saut est incontournable. De ce fait, il est impératif de développer des outils permettant d'établir le lien entre la mesure de performance de base et des mesures au niveau global du réseau tels que le débit des communications, le délai et le nombre de sauts.

### 1.4.2 Contributions de la thèse

Les apports de cette thèse résident au niveau des résultats sur le gain en performance que procure un nombre de techniques de traitement de signal avancé dans le contexte des réseaux ad hoc. Les principales contributions présentées dans ce document sont :

1. ***L'adaptation d'une approche de modélisation stochastique des réseaux ad hoc*** : Le choix de ce modèle se justifie essentiellement par la nécessité de développer des analyses qui ne sont pas restreintes à une topologie ou à un scénario en particulier. Le SINR dans ce contexte est une quantité aléatoire aussi bien par rapport à la dimension spatiale que temporelle.
2. ***Développement d'une nouvelle approche de dérivation d'une borne inférieure serrée sur la probabilité de non disponibilité de lien*** : En premier lieu, l'étude analytique considère les communications directes (à un saut). Une étude approfondie a permis de relever les principales propriétés de la distribution du SINR pour la technique de réception conventionnelle. On entend par réception conventionnelle l'approche classique de détection à filtre adapté où les interférences sont considérées comme du bruit. En deuxième lieu, la technique de soustraction successive de l'interférence est considérée. Cette technique aide à réduire l'effet d'un nombre d'interférents dont les puissances sont plus élevées que le signal d'intérêt. Des bornes inférieures sont dérivées pour la probabilité de non disponibilité d'un lien en fonction du nombre d'interférents traités et de la précision du traitement. Ces résultats sont présentés dans [46, 47].
3. ***La dérivation exacte de la distribution du SINR du récepteur MMSE*** : L'étude d'une technique de traitement de signal plus complexe que la soustraction successive de l'interférence a été abordée. Précisément, cette technique est celle de la détection à minimisation de l'erreur quadratique moyenne MMSE (Minimum Mean Square Error) qui a l'avantage de maximiser le rapport SINR. Cette approche est utilisée pour les systèmes CDMA et les systèmes à antennes multiples. Spécifiquement, le contexte de réception avec des antennes multiples est considéré dans ce travail. La distribution du SINR du récepteur MMSE est souvent considérée comme étant complexe et difficile à dériver. Ce travail a développé une méthodologie judicieuse qui a abouti à la dérivation exacte de la distribution du SINR, sous une forme simple, dans le contexte d'un réseau ad



hoc aléatoire. Les résultats de ce travail sont présentés dans [48].

4. ***Une étude et une quantification de l'apport des techniques de traitement de signal avancées pour les communications multi-saut*** : Dans cette thèse, un effort et une attention particulière ont été dédiés à la dérivation d'expressions aussi simples que possible de la distribution du SINR dans la perspective de pouvoir réutiliser ces quantités à un plus haut niveau. Les formes simples auxquelles on a abouti ont permis de conclure sur l'effet de la réduction de l'interférence sur les communications à un saut et sur la connectivité dans le réseau. Dans la perspective d'établir le potentiel des techniques de réduction de l'interférence dans les communications multi-saut, des scénarios spécifiques de routage ont été définis. Des métriques de performance sont analysées pour ces scénarios, dont en particulier la densité de progrès. Cette dernière est fortement liée à la distribution du SINR et fournit une mesure de la distance moyenne parcourue par une communication par période de temps, en fonction de l'intensité de l'interférence et des paramètres de la couche physique. L'étude théorique a abouti à une quantification simple de cette métrique qui a dégagé des conclusions significatives sur le débit des communications, le délai d'acheminement des paquets ainsi que le nombre de sauts. Les résultats de ce travail sont présentés dans [49].

### 1.4.3 Organisation de la thèse

La suite de ce document est organisée comme suit. Le chapitre 2 commence par la présentation d'une revue de littérature des différentes approches de modélisation de l'interférence dans les réseaux ad hoc ainsi qu'une description du modèle spécifique adopté durant cette thèse. Une présentation formelle de ce modèle est ensuite détaillée. Le chapitre 3 s'intéresse à la dérivation de la distribution du SINR avec la technique de soustraction successive de l'interférence. Une comparaison des performances de cette dernière par rapport à celles de la technique conventionnelle est élaborée sous différents modèles du canal. La dérivation et l'analyse du potentiel de l'approche de réception avec des antennes multiples sont détaillées dans le chapitre 4. Le chapitre 5 présente une analyse des performances de scénarios de communication qui appliquent le principe de routage opportuniste. Finalement, le chapitre 6 présente les conclusions ainsi qu'une synthèse des principaux résultats obtenus par cette thèse.

# Chapitre 2

## Modélisation de l'interférence dans les réseaux ad hoc

Ce chapitre porte sur la problématique de l'interférence pour les réseaux ad hoc. Pour modéliser l'interférence, il faut d'abord avoir une représentation des phénomènes qui la produisent. En particulier, la propagation, la topologie du réseau (dans le sens des dispositions des sources d'interférence), le modèle d'accès et surtout le modèle du système de communication. La première partie de ce chapitre comporte une revue et une discussion de la littérature ainsi qu'une description informelle du modèle adopté. Dans la deuxième partie, on énonce la représentation mathématique de ce dernier. À partir de cette représentation, des mesures de performance sont définies, lesquelles serviront d'outils d'analyse tout au long de ce travail de thèse.

### 2.1 Modèles de propagation

Les modèles de propagation radio définissent, suivant une approche déterministe ou statistique, les atténuations subies par un signal entre deux points de l'espace, et ce en fonction des particularités de l'environnement considéré. Les atténuations du signal émis dépendent de plusieurs facteurs. Le facteur dominant est la distance : plus on s'éloigne de la source plus le signal s'affaiblit. Ce phénomène est désigné par le terme *propagation à grande échelle*. Dans un environnement présentant des obstacles, une portion de la puissance du signal peut être absorbée par effet d'ombrage introduisant ainsi une atténuation du signal sur une échelle locale. Les phénomènes de réflexion, de diffusion et de réfraction des ondes électromagnétiques provoquent des duplications retardées du signal original. Les différentes copies du signal se recombinent au récepteur d'une façon cohérente ou incohérente, ce qui résulte en des fluctuations très fréquentes de la puissance reçue. Ce dernier phénomène est souvent désigné par *atténuation à petite échelle*.

## Propagation à grande échelle

Les modèles de propagation à grande échelle portent essentiellement sur l'atténuation de la puissance en fonction de la distance entre l'émetteur et le récepteur ainsi que de la nature et du nombre d'obstacles. Dans le cas particulier de l'espace libre ou de visibilité directe, la puissance reçue est inversement proportionnelle au carré de la distance :

$$P_r = P_t \frac{K}{d^2}, \quad (2.1)$$

où  $P_r$  et  $P_t$  désignent respectivement la puissance à l'émission et à la réception,  $d$  est la distance entre l'émetteur et le récepteur, et  $K$  est un facteur qui dépend des gains d'antennes, de la longueur d'onde et des pertes globales du système. Ce modèle est essentiellement utilisé pour les communications satellitaires-terrestres. Pour les communications terrestres, plusieurs modèles sont proposés allant des modèles déterministes utilisant le traçage de rayons (ray tracing) aux modèles statistiques tel que celui d'Okumura [50]. La complexité et la diversité des environnements de propagation ne permettent pas d'avoir un modèle unique général. Cependant, afin de normaliser l'analyse et la conception des systèmes de communication, il est impératif d'avoir un modèle qui soit aussi simple et aussi fidèle que possible à l'environnement réel. La relation suivante d'atténuation à grande échelle est la plus utilisée et la plus générale pour l'analyse des différents systèmes :

$$P_r = P_t K \left( \frac{d_0}{d} \right)^\alpha, \quad (2.2)$$

où  $d_0$  est une distance de référence, typiquement de l'ordre de dizaines de mètres en milieu intérieur et de centaines de mètres en milieu extérieur,  $\alpha$  est l'exposant d'atténuation qui dépend des caractéristiques de l'environnement d'intérêt et peut être obtenu par approximation des modèles statistiques ou expérimentaux. Le Tableau 2.1 présente des exemples de valeurs typiques de ce paramètre [50].

## Propagation à moyenne échelle

La propagation à grande échelle est une première estimation de l'atténuation du signal par effet de distance. Cependant, elle ne tient pas compte des changements arbitraires des dispositions des obstacles d'un endroit à un autre, ainsi que des variations aléatoires des composantes de ces obstacles. La méthode commune pour exprimer ces

Environnement	valeur de $\alpha$
Espace libre	2
Zone urbaine	2.7-6.5
Immeuble à un niveau	1.6-3.5
Immeuble à plusieurs niveau	2-6

TABLEAU 2.1 Valeurs typiques de l'exposant d'atténuation  $\alpha$ 

variations est de multiplier l'atténuation à grande échelle par un facteur aléatoire qui suit généralement une distribution Gaussienne de moyenne 0 et d'un certain écart-type.

## Propagation à petite échelle

Les phénomènes de réflexion, diffraction et de diffusion engendrent des copies multiples du signal original qui arrivent au récepteur avec des amplitudes et des phases différentes. Le déphasage implique que ces versions s'additionnent d'une façon constructive ou destructive. Par ce fait, la puissance du signal reçue subit des fluctuations. Le modèle le plus utilisé pour représenter cette fluctuation du signal est le modèle de Rayleigh. Ce modèle implique que la puissance du signal reçu suit une distribution exponentielle particulière. Il est valide lorsqu'il n'y a pas de chemin direct entre l'émetteur et le récepteur. Dans le cas où un tel chemin existe, le modèle de Rice s'applique. Un modèle empirique plus général qui inclut aussi bien le modèle de Rayleigh et de Rice est le modèle de Nakagami [51].

## 2.2 Structure topologique

### Structure régulière

Dans certains types de réseaux ad hoc, en particulier les réseaux de capteurs, les composantes formant le réseau occupent l'espace d'une manière structurée. En effet, dans diverses applications telles que la collecte d'informations environnementales, la surveillance ou la couverture d'un événement, le placement des composantes est souvent prédéfini et régulier [52]. Les modèles topologiques de ce genre de réseaux prennent leur forme la plus simple. Plus précisément le modèle adopté dans ce cas consiste à considérer que :

- L’espace est subdivisé en des structures géométriques identiques et adjacentes.
- Les composantes du réseau se placent sur les sommets de la structure géométrique.
- Le nombre de voisins est fixe et identique pour tous les nœuds.
- La distance entre deux nœuds voisins est la même pour toute paire de nœuds.

Les figures 2.1(a) et 2.1(b) illustrent deux types de réseaux : *carré*, connu aussi sous le nom de réseau de Manhattan, et *triangle*. Pour le réseau carré, chaque nœud possède quatre voisins immédiats, tandis que pour le réseau triangulaire, chaque nœud possède six voisins immédiats. L’analyse de performance de ce type de modèle s’avère très commode et se base majoritairement sur des arguments géométriques. Comme exemples, on peut citer les travaux de Silvester et al. sur la capacité des réseaux Aloha pour des structures à une ou à deux dimensions [53], ainsi que les études de la capacité en incluant la propagation à petite échelle [54].

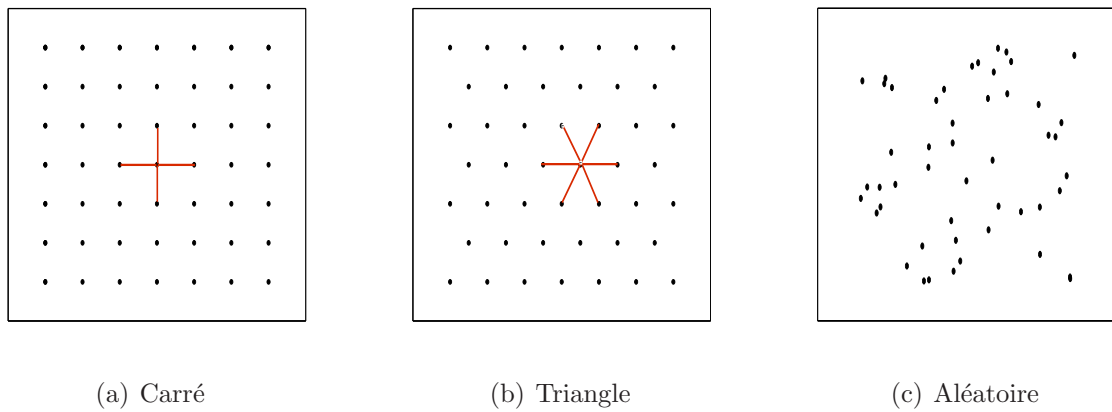


FIGURE 2.1 Exemple de structures topologiques.

## Structure aléatoire

Certes, les structures régulières trouvent leurs justifications dans la pratique. Cependant, elles sont très limitées puisqu’elles imposent beaucoup de contraintes sur les dispositions des nœuds, ce qui n’est pas toujours le cas dans la réalité. Dans la littérature, il est très difficile de trouver un modèle topologique pour les réseaux sans-fil, dont la fiabilité réelle est prouvée expérimentalement. La raison est que chaque nœud se place généralement d’une façon individuelle. De ce fait, le modèle le plus

utilisé est la topologie aléatoire. Les placements des nœuds sont considérés identiquement distribués sur l'espace d'intérêt d'une façon uniforme ou non. La figure 2.1(c) présente un exemple d'une réalisation aléatoire uniforme. Plus de détails sur ce modèle seront fournies dans la section 2.4.

## 2.3 Modèles de lien de communication

Un modèle de lien représente l'ensemble des communications qui peuvent être réalisées simultanément. Précisément, il définit les conditions de disponibilité d'un lien et les interactions entre les différents liens. Dans la littérature on peut distinguer deux types de modèles, notamment le modèle Booléen simplifié et le modèle physique.

### Modèle Booléen

Le modèle Booléen est défini comme suit. Étant donnée une puissance de transmission supposée identique pour tous les nœuds, une communication entre un émetteur  $A$  et un récepteur  $B$  peut s'établir si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

1. La distance entre ces deux nœuds est inférieure à un seuil préfixé qu'on désigne par portée de communication.
2. Tout nœud en transmission simultanée avec  $A$  est situé hors de la portée de communication de  $B$ .

De ce fait, un lien de communication est soit parfaitement fiable soit non, suivant que la région centrée au récepteur de rayon égal à la portée de communication, contient ou non un autre émetteur que celui considéré. Ceci constitue une abstraction forte de la couche physique, étant donné que les distances relatives entre le récepteur et l'ensemble des émetteurs ne sont pas tenues en compte. En effet, suivant ce modèle, un émetteur situé au bord de la région de communication a la même qualité de communication qu'un émetteur proche du récepteur. Un exemple montrant l'inconvénient de ce modèle est illustré par la Figure 2.2. En effet, la portée de communication est généralement choisie en fonction de la puissance de transmission. Un premier choix donne une portée égale à  $R_0$ . Dans ce cas, des liens peuvent être établis entre les paires émetteur-récepteur  $(TX_1, RX_1)$  et  $(TX_2, RX_2)$ . Cependant, en augmentant la puissance de transmission, la portée de communication devient  $R_1$  et ces liens sont

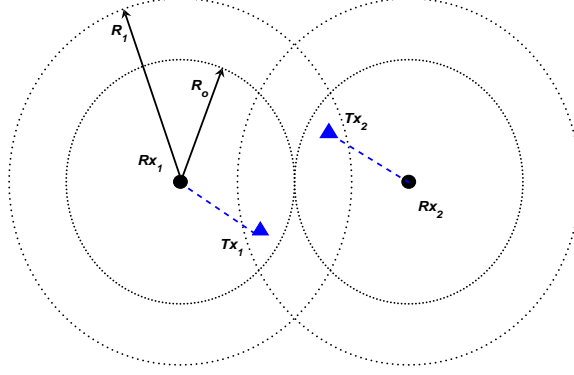


FIGURE 2.2 Effet du choix de la portée de communication

perdus. Ceci est en contradiction avec le fait que le rapport signal à interférence n'a pas changé et donc que la qualité des liens devrait rester semblable.

## Modèle physique

Un modèle plus sophistiqué consiste à remplacer le critère de portée de communication rigide par le critère du rapport signal à interférence plus bruit SINR (Signal to Interference and Noise Ratio). En effet, une communication est dite possible si et seulement si le SINR est supérieur à un seuil donné. Ce critère est plus réaliste, étant donné que le SINR est directement lié à la capacité du canal physique en termes de débit de communication ou de taux d'erreur binaire. De plus, le SINR permet de prendre en considération et de différencier les modes et les fonctionnalités de la couche physique. La Figure 2.3 présente un exemple des liens qui sont établis suivant le modèle Booléen et le modèle physique sur une même configuration du réseau. Cette figure montre que le modèle Booléen considère des communications qui ne sont pas possibles physiquement et supprime des communications qui sont possibles.

## 2.4 Modèle du réseau ad hoc

Cette section présente le modèle du réseau ad hoc considéré dans cette thèse. Premièrement, les hypothèses de départ sont exposées, ensuite les caractéristiques de

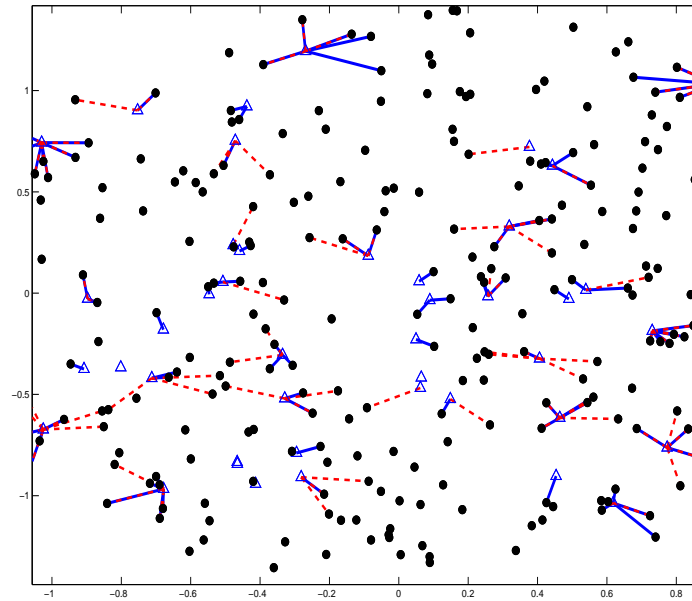


FIGURE 2.3 Exemple de configuration des liens suivant le modèle physique (lignes continues) et le modèle Booléen (lignes pointillées). Les émetteurs sont représentés par des triangles et les récepteurs par des cercles

ce modèle sont détaillées formellement.

### 2.4.1 Description informelle

Globalement, un réseau ad hoc est constitué d'un ensemble de nœuds indépendamment et identiquement distribués dans l'espace. Le réseau est caractérisé essentiellement par l'intensité de ces composantes en termes de nombre de nœuds par unité de volume. Les nœuds ont les caractéristiques suivantes :

- Les nœuds sont homogènes dans le sens qu'ils utilisent les mêmes techniques de transmission et de réception en termes de caractéristiques d'antennes, traitement de signal, etc.
- Les puissances de transmission sont identiques
- À chaque intervalle de temps, les nœuds décident individuellement d'être récepteur ou émetteur suivant une probabilité fixée.
- Tout nœud émetteur génère un paquet d'information de durée égale au temps de



transmission et toutes les transmissions sont synchronisées. En d'autres termes, on considère que le protocole de transmission est le *Slotted ALOHA*.

- Tout nœud récepteur est soumis à l'interférence générée par tous les nœuds émetteurs à l'exception de son propre émetteur.

### 2.4.2 Formulation mathématique

Le modèle décrit précédemment est une description informelle d'un processus ponctuel de Poisson. Les processus ponctuels présentent une famille de modèles pour décrire et analyser la structure et les caractéristiques d'ensembles de points. La théorie a été initialement développée pour répondre aux problèmes dérivant de la physique et de la biologie [55]. La définition mathématique d'un processus ponctuel  $\Phi$  dans un espace  $\mathbb{R}^d$  est : une variable aléatoire qui prend des valeurs dans un espace mesurable  $[N, \mathfrak{N}]$ , où  $N$  est la famille des sous ensembles  $\varphi$  de  $\mathbb{R}^d$  qui satisfait les deux propriétés suivantes :

1. L'ensemble  $\varphi$  est localement fini, i.e. que tout sous ensemble borné de  $\mathbb{R}^d$  contient un nombre fini de points  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \varphi$ .
2. L'ensemble  $\varphi$  est simple, i.e. pour tout  $i, j$ ,  $x_i \neq x_j$  si  $i \neq j$ .

Suivant la définition précédente, chaque élément  $\varphi$  de  $N$  est perçu comme un sous ensemble fermé de  $\mathbb{R}^d$ . Il peut être aussi perçu comme une mesure sur  $\mathbb{R}^d$ . Dans ce cas, pour tout sous ensemble Borélien borné  $B$ ,  $\varphi(B)$  est le nombre de points de  $\varphi$  dans  $B$ . Plus formellement, un processus ponctuel est une application mesurable  $\Phi$  d'un espace de probabilité  $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbf{P})$  dans  $[N, \mathfrak{N}]$ . Précisément,  $\Phi$  constitue un choix aléatoire suivant la mesure de probabilité  $\mathbf{P}$  de un élément  $\varphi$  de  $N$ . Un processus ponctuel de Poisson est caractérisé par une mesure de diffusion  $\Lambda$  sur  $\mathbb{R}^d$  désignée par intensité du processus. Il vérifie les deux conditions supplémentaires suivantes :

1. Distribution Poissonnienne du nombre de points : Le nombre de points dans un ensemble Borélien borné  $B$  suit une distribution de Poisson de moyenne  $\Lambda(B)$ . Si la mesure  $\Lambda$  possède une fonction de densité  $\lambda$  suivant la mesure de Lebesgue alors  $\Lambda(B) = \int_B \lambda(x) dx$  ;
2. Diffusion indépendante : Les nombres de points dans  $k$  ensembles Boréliens disjoints forment  $k$  variables aléatoires indépendantes.

Un processus ponctuel de Poisson est dit homogène si la fonction de densité  $\lambda(x)$  est une constante  $\lambda$ . Dans ce cas, il vérifie les propriétés suivantes :

1. Stationarité et isotropie : Une translation ou une rotation engendre un processus qui a les mêmes distributions que le processus initial.
2. Conditionnement : La restriction du processus sur un espace compact sous la condition que le nombre de points dans cet espace est fixe, engendre des points indépendamment et uniformément distribués.

## 2.5 Outils d'analyse et de mesure de performance

Le réseau ad hoc est vu comme étant une réalisation aléatoire d'un processus ponctuel de Poisson  $\Phi$  avec une densité homogène  $\lambda$ . À chaque nœud est associé des marques qui correspondent à son état et à son environnement. Globalement, on obtient un processus ponctuel de Poisson marqué  $\Phi_m = \{X_k, e_k, H_k\}$ , avec :

- $X_k$  est la position du nœud  $k$ .
- $e_k$  est l'indicateur de l'état du nœud  $k$ . Il est égal à 1 si le nœud est un émetteur et 0 sinon. Les variables  $e_k$  suivent donc une distribution de Bernoulli de probabilité  $p$ .
- $H_k = \{h_k^l\}$ , où  $h_k^l$  correspond à la puissance reçue par le nœud  $l$  du nœud  $k$ .

Elle englobe la puissance de transmission et l'atténuation à petite échelle.

L'hypothèse que chaque nœud est soit un émetteur avec une probabilité  $p$ , soit un récepteur avec une probabilité  $1 - p$ , est formellement équivalente à appliquer au processus original une opération d'amincissement (thinning) qui a pour résultat deux processus ponctuels de Poisson  $\Phi_m^t$  et  $\Phi_m^r$  avec des densités respectives  $\lambda^t = p\lambda$  et  $\lambda^r = (1 - p)\lambda$  [55]. Soit un émetteur  $k$  situé à  $X_k$  et un récepteur  $l$  situé à  $Y_l$ . Muni d'un récepteur conventionnel, une communication entre ces deux nœuds peut être établie si :

$$SINR_k^l = \frac{h_k^l |X_k - Y_l|^{-\alpha}}{\sum_{\{X_j \in \Phi_m^t \setminus X_k\}} h_j^l |X_j - Y_l|^{-\alpha} + \eta} \geq \beta \quad (2.3)$$

où  $\alpha$  est le taux d'affaiblissement en fonction de la distance  $|X_j - Y_l|$ ,  $\beta$  est un seuil arbitraire et  $\eta$  est la puissance du bruit Gaussien. Le numérateur dénote la puissance reçue de l'émetteur d'intérêt et le dénominateur dénote la puissance de l'interférence perçue par le récepteur  $k$ .

Dans un premier temps, les chapitres 3 et 4 s'intéressent à l'effet de l'interférence générée par le processus  $\Phi_m^t$ . Le choix des paires émetteur-récepteur est le rôle du protocole de routage qui sera traité au chapitre 5. D'ici là, on va considérer que chaque

émetteur est à une distance arbitraire  $d_r$  de son récepteur. De plus, afin d'alléger les notation, la notation  $\Phi_m$  sera utilisée pour indiquer un ensemble d'émetteurs de densité  $\lambda$ . Plus précisément, on s'intéresse à la probabilité qu'une communication peut s'établir à une portée donnée  $d_r$  sujette à l'interférence générée par le processus  $\Phi_m$ .

Soit  $\delta_k$  l'indicateur que l'événement de l'équation (2.3) survient pour l'émetteur  $X_k$ . On a  $\delta_k = 1$  si  $SINR_k^l > \beta$ , 0 sinon. La probabilité que le nœud  $X_k$  établit un lien avec un récepteur à une distance  $d_r$  est la probabilité que  $\delta_k = 1$ . Dans l'analyse des processus ponctuels, il est commode de considérer un *point typique*. On entend par point typique, un point choisi arbitrairement. Intuitivement, pour un processus stationnaire, les statistiques et les distributions du processus ne dépendent pas du choix de ce point. L'approche usuelle est de choisir un point situé à l'origine et d'effectuer l'analyse du point de vue de ce point. La théorie de Palm formalise cette idée et établit le lien entre les statistiques du point typique et les statistiques du processus [55]. En effet, la mesure ou la distribution de Palm est la probabilité qu'une réalisation  $\varphi$  du processus  $\Phi_m$  vérifie une propriété donnée sachant qu'elle contient le point typique. Plus précisément, soit un émetteur typique placé à l'origine. Afin d'alléger les notations, cet émetteur sera désigné par  $o$  et son récepteur par  $y$ . La probabilité de Palm associée à l'événement (2.3) est donc :

$$P^o(\delta_o = 1) = P(\delta_o = 1 | \{o\} \in \Phi_m) \quad (2.4)$$

Le théorème de Campbell-Mecke appliqué à un processus stationnaire de Poisson permet d'exprimer à partir de la probabilité de Palm le nombre moyen des communications établies dans un sous ensemble quelconque  $D$  de l'espace [55, 56]. En effet, le théorème mentionné permet d'avoir :

$$\begin{aligned} E \left[ \sum_{X_k \in \Phi_m} \delta_k \mathbf{1}_{(X_k \in D)} \right] &= E \left[ \int_{\mathbb{R}^2} \delta_o \mathbf{1}_{(x \in D)} \Phi_m(dx) \right] \\ &= \lambda \mathcal{V}(D) P^o(\delta_o = 1) \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $\mathcal{V}(\cdot)$  désigne la mesure de surface et  $\mathbf{1}_{(x \in D)}$  est la fonction qui a pour valeur 1 si l'élément  $x$  est dans  $D$  et 0 sinon. Puisque que  $\lambda \mathcal{V}(D)$  représente le nombre moyen d'émetteurs dans  $D$ , la probabilité de disponibilité du lien de l'émetteur typique

correspond au nombre moyen des communications réussies par unité de surface. Cette probabilité constitue la mesure de performance de base adoptée dans cette thèse. La probabilité de Palm est dérivée de la manière suivante. Notons que lorsqu'il n'y a pas risque de confusion, les indices  $k$  et  $l$  sont omis :

$$\begin{aligned} P^o(\delta_o = 1) &= P^o(hd_r^{-\alpha} > \beta I_{\Phi_m \setminus \{o\}}(y)) \\ &= P^{lo}(hd_r^{-\alpha} > \beta I_{\Phi_m}(y)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

où  $I_{\Phi_m}(y) = \sum_{\{X_j \in \Phi_m\}} h_j |X_j - y|^{-\alpha + \eta}$  et  $P^{lo}$  dénote la probabilité de Palm réduite qui s'explique comme suit. Le théorème de Slivnyak [57] établit que la probabilité de Palm réduite est égale à la probabilité originale. En d'autres mots, à la présence d'un émetteur typique d'un événement qui ne prend pas en compte cet émetteur, la probabilité conditionnelle est égale à la probabilité inconditionnelle. Pour illustrer ce théorème soient les deux exemples simples suivants. Le premier consiste à calculer la moyenne du nombre de points dans un espace de volume  $V$ . Le deuxième consiste à calculer la moyenne du nombre de voisins à une distance  $d$  d'un point du processus. Pour le premier exemple, la moyenne issue de la distribution de Palm, conditionnelle à l'existence d'un point typique, aboutit à un nombre de points moyen égal à celui issu de la distribution inconditionnelle plus 1. Le deuxième exemple compte le nombre de voisins autour d'un point qui lui même n'est pas dénombré. Ainsi le nombre moyen issu de la distribution de Palm est égal à celui issu de la distribution originale, vu que le point sur lequel on conditionne n'est pas compté.

## 2.6 Conclusion

En résumé, ce chapitre décrit globalement les principales approches de modélisation de l'interférence dans les réseaux ad hoc. Ces approches ont des différents niveaux d'abstraction des phénomènes physiques. Le modèle stochastique considéré permet de représenter les caractéristiques dynamiques et aléatoires de l'interférence. Bien que le modèle Booléen soit le plus souvent utilisé dans la littérature, il s'avère qu'il n'est pas pertinent avec la problématique de recherche de ce travail de thèse. Le modèle physique permettra d'incorporer et de comparer un nombre de techniques de traitement de signal orientées vers la réduction de l'effet de l'interférence. Le chapitre qui

suit représente une étude analytique des performances de l'approche de soustraction successive de l'interférence.

# Chapitre 3

## Soustraction successive de l'interférence

### 3.1 Introduction

Ce chapitre constitue une étude analytique des performances de l'approche de soustraction successive de l'interférence dans les réseaux ad hoc stochastiques. Comme établi dans le chapitre précédent, la mesure de performance de base est la probabilité de disponibilité (ou de non disponibilité) de lien qui est fonction de la densité spatiale des émetteurs et du seuil SINR minimum requis. La difficulté majeure pour l'analyse de la probabilité de non disponibilité de lien dans ce contexte réside dans l'établissement de la distribution de l'interférence. Cette difficulté provient du caractère non Gaussien de cette dernière, lui même essentiel pour l'établissement de l'approche de soustraction de l'interférence. Par ce fait, les outils d'analyse statistiques classiques ne sont pas applicables ou n'aboutissent pas à des résultats de précision satisfaisante. La section 3.2 commence par une étude des statistiques de l'interférence dans la perspective d'en extraire les principales caractéristiques. À partir des conclusions de la section 3.2 une nouvelle méthode de construction de borne inférieure sur la probabilité de non disponibilité de lien du récepteur conventionnel est établie dans la section 3.3.

L'analyse des performances de la technique de soustraction de l'interférence a été précédemment considérée dans [58]. Cependant, les résultats dérivés sont complexes et ne permettent pas d'en extraire facilement des conclusions. La simplicité et l'efficacité de l'approche développée dans la section 3.3 permet de l'appliquer directement au cas de récepteur avec soustraction successive de l'interférence. Ceci aboutit à des bornes simples à évaluer et à analyser. La dérivation de ces bornes ainsi que des exemples numériques sont présentés à la section 3.4. Les résultats du présent chapitre sont présentés dans [46, 47].

## 3.2 Caractérisation de l'interférence dans les réseaux aléatoires

Tel que définie à la section 2.5, l'interférence est une quantité aléatoire qui est fonction des positions des émetteurs :

$$I_{\Phi_m} = \sum_{X_k \in \Phi_m} h_k |X_k - y|^{-\alpha} \quad (3.1)$$

Une telle interférence prend la forme d'un bruit de grenaille (shot noise). La définition classique d'un bruit de grenaille est donnée par : *la réponse d'un filtre linéaire sans mémoire à un ensemble d'impulsions générées par un processus ponctuel de Poisson* [59]. La réponse impulsionnelle du filtre est une fonction déterministe qui peut être multipliée par des coefficients aléatoires. Pour les travaux réalisés dans cette thèse la réponse impulsionnelle prend la forme  $f(x) = x^{-\alpha}$ . Elle décroît avec la distance à un taux  $\alpha$  qui représente l'exposant d'atténuation à grande échelle. Les coefficients aléatoires correspondent aux puissances de transmission et aux atténuations à petite échelle. La figure 3.1 présente schématiquement ce type de bruit à 1-dimension.

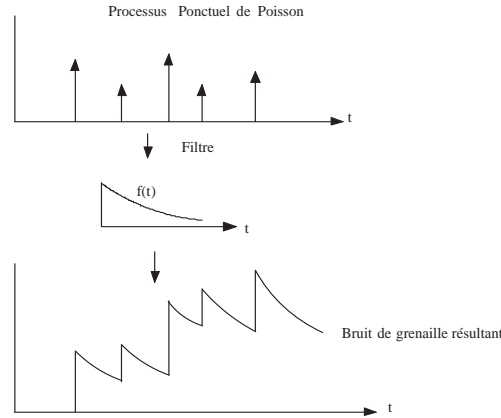


FIGURE 3.1 Bruit de grenaille

L'analyse du bruit de grenaille a été initiée par Campbell en 1909 [60]. Par la suite, il a été repris par Schottky dans le contexte de l'étude des conducteurs électriques [59]. Dans [61], Rice élabore une analyse formelle et en déduit que, pour certaines formes de réponses impulsionnelles, la distribution du bruit de grenaille tend vers la loi normale

quand la densité tend vers l'infini. Dans leur article [62], Gilbert et Pollak dérivent une équation intégrale vérifiée par la distribution du bruit de grenaille. Ils donnent des solutions explicites pour différentes formes particulier du filtre. En 1990, Lowen et Teich [63] considèrent la forme de réponse impulsionnelle qui décroît avec la durée de l'impulsion (la forme considérée dans cette thèse) et démontrent que, dans ce cas particulier, la distribution du bruit de grenaille ne converge pas vers la distribution normale pour toute valeur de la densité. En général, la distribution d'un bruit de grenaille est identifiée par sa fonction caractéristique. Elle est souvent associée à la dimension temporelle. Dans ce qui suit, on présente une adaptation de la dérivation de la fonction caractéristique à la dimension spatiale.

Tout d'abord, on examine une région finie  $D$  dans  $\mathbb{R}^2$ , de rayon  $d$ . La fonction caractéristique de  $I_{\Phi_m}$  est :

$$Q_{I_{\Phi_m},D}(w) = \sum_{n=0}^{\infty} E[\exp(iwI_{\Phi_m})] P(n) \quad (3.2)$$

où  $E[\cdot]$  désigne l'opérateur de moyenne et  $P(n)$  est la probabilité que  $D$  contient  $n$  nœuds. Cette probabilité suit une loi de Poisson de moyenne  $\lambda\pi d^2$ . La variable aléatoire  $I_{\Phi_m}$  est composée de la somme des variables aléatoires  $h_k|X_k - y|^{-\alpha}$ ,  $0 \leq k \leq n$  qui sont indépendantes et identiquement distribuées. Dans la suite l'indice  $k$  sera omis quand il n'y pas de risque de confusion. Ainsi, l'expression précédente devient :

$$Q_{I_{\Phi_m},D}(w) = \sum_{n=0}^{\infty} (E[\exp(iwhf(|X - y|))])^n \frac{(\lambda\pi d^2)^n}{n!} \exp(-\lambda\pi d^2) \quad (3.3)$$

où  $f(x) = x^{-\alpha}$ . Par la propriété de conditionnement d'un processus ponctuel de Poisson, la variable aléatoire  $|X - y|$  suit une distribution uniforme,. Le calcul se ramène à :

$$\begin{aligned} Q_{I_{\Phi_m},D}(w) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi d^2} \int_D E[\exp(iwhf(|X - y|))] dX \right)^n \frac{(\lambda\pi d^2)^n}{n!} \exp(-\lambda\pi d^2) \\ &= \exp \left( \lambda \int_D (E[\exp(iwhf(|X - y|))] - 1) dX \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le passage de la première à la deuxième égalité s'obtient en observant que  $\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \exp a$  et que  $\pi d^2 = \int_D dX$ . Finalement, en faisant tendre la région  $D$  vers l'infini, la



fonction caractéristique de l'interférence prend la forme :

$$Q_{I_{\Phi_m}}(w) = \exp \left( \lambda \int_{\mathbb{R}^2} (Q_h(wf(|X - y|)) - 1) dX \right) \quad (3.5)$$

où  $Q_h$  est la fonction caractéristique de la variable aléatoire  $h$ . L'expression de la fonction caractéristique peut être davantage simplifiée. En effet, sous l'hypothèse que le théorème de Fubini s'applique [64] on a :

$$\begin{aligned} Q_{I_{\Phi_m}}(w) &= \exp \left( \lambda \int_{\mathbb{R}^2} \int_0^\infty (\exp(iwhf(|X - y|)) - 1) P(h) dh dX \right) \\ &= \exp \left( \lambda \int_0^\infty \int_{\mathbb{R}^2} (\exp(iwhf(|X - y|)) - 1) P(h) dX dh \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

En passant aux coordonnées polaires et en remplaçant la fonction d'atténuation par son expression, on obtient :

$$\begin{aligned} Q_{I_{\Phi_m}}(w) &= \exp \left( 2\pi\lambda \int_0^\infty P(h) \int_0^\infty (\exp(iwhf(r)) - 1) r dr dh \right) \\ &= \exp \left( 2\pi\lambda \int_0^\infty P(h) \int_0^\infty (\exp(iwhr^{-\alpha}) - 1) r dr dh \right) \\ &= \exp \left( 2\pi\lambda \int_0^\infty \frac{1}{\alpha} P(h) h^{2/\alpha} \int_0^\infty (\exp(iwu) - 1) u^{-2/\alpha-1} du dh \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Le passage de la deuxième à la troisième ligne dans l'expression précédente s'obtient en effectuant le changement de variable  $u = hr^{-\alpha}$ . Finalement :

$$Q_{I_{\Phi_m}}(w) = \exp \left( \frac{2\pi\lambda}{\alpha} \mathbb{E} [h^{2/\alpha}] \int_0^\infty (\exp(iwr) - 1) r^{-2/\alpha-1} dr \right) \quad (3.8)$$

L'expression 3.8 est valide pour toute distribution de puissance vérifiant :

$$\int_0^\infty h^{2/\alpha} p(h) dh < \infty \quad (3.9)$$

L'intégrale de l'équation (3.8) est notée  $A$  et évaluée comme suit :

$$\begin{aligned} A &= \int_0^\infty (\cos(wr) - 1)r^{-2/\alpha-1}dr + i \int_0^\infty \sin(wr)r^{-2/\alpha-1}dr \\ &= \underbrace{\int_0^\infty -2\sin^2(wr/2)r^{-2/\alpha-1}dr}_{(1)} + i \underbrace{\int_0^\infty \sin(wr)r^{-2/\alpha-1}dr}_{(2)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

L'intégrale (1) est finie si et seulement si  $2/\alpha < 2$ , tandis que l'intégrale (2) est finie si  $2/\alpha < 1$  [65]. Ainsi,  $A$  est défini seulement pour  $\alpha > 2$ . Dans ce cas, la relation (3.10) est égale à :

$$A = \Gamma(-2/\alpha)|w|^{2/\alpha} (\cos(\pi/\alpha) - i\text{sign}(w) \sin(\pi/\alpha)) \quad (3.11)$$

L'hypothèse de l'application du théorème de Fubini est donc équivalente aux conditions  $\alpha > 2$  et  $E[h^{2/\alpha}] < \infty$ . Dans ce cas, la fonction caractéristique est donnée par :

$$Q_{I_{\Phi_m}}(w) = \exp(-2/\alpha\pi\lambda E[h^{2/\alpha}]\Gamma(1 - 2/\alpha)|w|^{2/\alpha} (\cos(\pi/\alpha) - i\text{sign}(w) \sin(\pi/\alpha))) \quad (3.12)$$

L'expression de la fonction caractéristique donnée par l'équation (3.12) concorde avec la fonction caractéristique des variables aléatoires Lévy-stable asymétriques avec un index de stabilité égal à  $2/\alpha$  [66]. La classe Lévy-stable découle de la généralisation du théorème central limite. Le théorème central limite stipule que la somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées converge en distribution vers la loi Gaussienne. Évidemment, ce théorème s'applique sous certaines conditions dont la condition de moyennes finies. À partir des travaux de Lévy [67], Gnedenko et Kolmogorov dérivent une généralisation de ce théorème. En relaxant la contrainte de moyennes finies, ils établissent la classe Lévy-stable [68]. La forme générale de la fonction caractéristique d'une distribution Lévy-stable est la suivante :

$$Q_S(iw) = \begin{cases} \exp(-\Delta|w|^\delta(1 - i\nu(\text{sign}(w))\tan(\frac{\pi\delta}{2})) + i\mu w) & \delta \neq 1 \\ \exp(-\Delta|w|(1 - i\nu\frac{2}{\pi}(\text{sign}(w))\ln(|w|)) + i\mu w) & \delta = 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

où  $\delta$  est l'index de stabilité,  $\Delta$ ,  $\nu$  et  $\mu$  sont respectivement des coefficients d'échelle, d'asymétrie et de décalage.

La distribution Gaussienne est un cas particulier, correspondant à l'index de stabilité  $\delta = 2$ . Elle partage certaines propriétés de cette classe dont la plus importante est l'invariance par convolution. En d'autres termes, la somme de deux variables aléatoires Lévy-stable engendre une variable aléatoire de la même classe ayant le même index de stabilité. Puisque le  $\delta$  de l'équation (3.12) correspond à  $2/\alpha$  et doit être inférieur à 1, l'interférence n'est pas asymptotiquement Gaussienne. La difficulté dans notre cas, est que les moyennes d'ordre supérieur à  $2/\alpha$  sont infinies, ce qui exclut l'utilisation des approches statistiques classiques qui font intervenir des moyennes.

Finalement, les distributions Lévy-stable sont bien définies par leurs fonctions caractéristiques. Cependant, la densité de probabilité de notre processus d'interférence n'admet pas d'expression explicite, à l'exception du cas spécifique  $\alpha = 4$ . Dans ce dernier cas, l'index de stabilité est égal à  $1/2$ . Cet index est celui de la distribution de Lévy dont la densité est connue [67].

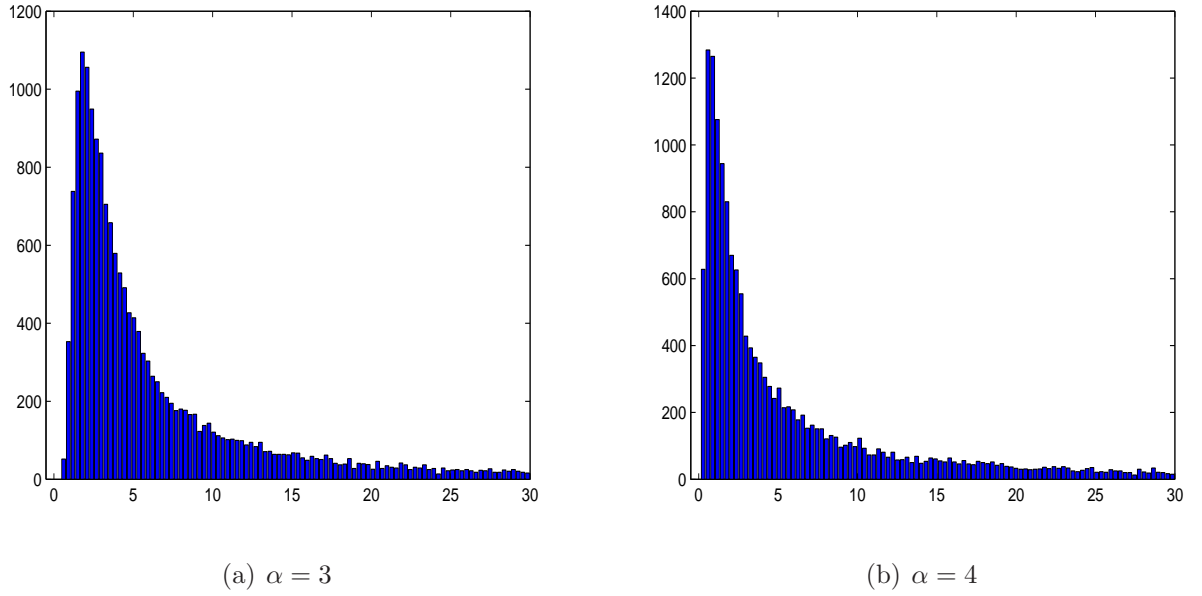


FIGURE 3.2 Histogramme empirique de la distribution de l'interférence.

La figure 3.2 présente un histogramme empirique de la densité de probabilité de l'interférence pour  $\alpha$  égale à 3 et 4. Cet histogramme illustre une propriété importante des distributions à index de stabilité inférieur à 1. En effet, la queue droite de la distribution est infinie et décroît lentement. Ceci implique que des grandes valeurs peuvent survenir avec une probabilité non négligeable. Ceci provient, en particulier de la forme

de la fonction d'atténuation qui présente une singularité à 0. Cette singularité peut être éliminée en considérant des fonctions d'atténuation du type :

$$f(|x|) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ |x|^{-\alpha} & |x| \geq 1 \end{cases} \quad (3.14)$$

Certes, avec la fonction de l'équation (3.14), la distribution de l'interférence admet une variance et une moyenne finie. Théoriquement, elle peut être approchée par une distribution Gaussienne quand la densité  $\lambda$  tend vers l'infini. Néanmoins, le taux de convergence n'est pas assuré. Dans [69], les auteurs ont examiné cette fonction. Ils ont montré que les performances sont les mêmes pour les deux formes de fonctions. Bien entendu, on s'intéresse à des densités faibles et à des SINRs typique de l'ordre de 10dB. Plus précisément, on examine plutôt la queue gauche de la distribution qui est finie.

### 3.3 Récepteur conventionnel : borne inférieure sur la probabilité de non disponibilité

La section précédente a montré que le calcul explicite de la distribution de l'interférence n'est pas réalisable. Cependant, dans cette section, nous développons une nouvelle approche permettant de déterminer une bonne approximation de la distribution de l'interférence.

#### 3.3.1 Dérivation de la probabilité de non disponibilité

Étant donné que notre objectif est d'étudier l'influence de l'interférence, le terme de bruit sera négligé dans ce qui suit. Ainsi, la probabilité de non disponibilité de lien, qu'on note  $P_0(\lambda, d_r, \beta)$ , pour le récepteur conventionnel correspond à l'évènement que la puissance reçue  $hR^{-\alpha}$  soit plus petite qu'un multiple  $\beta$  de l'interférence :

$$\begin{aligned} P_0(\lambda, d_r, \beta) &= P(hd_r^{-\alpha} < \beta I_{\Phi_m}) \\ &= \int_0^\infty P(h < g\beta d_r^\alpha) P(I_{\Phi_m} = g) dg \\ &= \int_0^\infty F_h(g\beta d_r^\alpha) dP(I_{\Phi_m} < g) \end{aligned} \quad (3.15)$$

où  $F_h$  est la fonction de répartition de  $h$ .

En premier lieu, nous examinons les distributions individuelles des sources de l'interférence sur un disque  $D$  de rayon  $d$ , dont le nombre  $n$  est fixé. Sous ces hypothèses, les distances au récepteur suivent une distribution uniforme. Leur fonction de répartition est :

$$F_{|X|}(x) = \frac{x^2}{\pi d^2} \quad x \leq d \quad (3.16)$$

Soit  $Y_i$  la variable aléatoire définie à partir de  $X_i$ , tel que  $Y_i = |X_i|^{-\alpha}$ . Les fonctions de répartition et de densité de  $Y_i$ , sont respectivement exprimées par :

$$F_Y(y) = 1 - \frac{y^{-2/\alpha}}{\pi d^2} \quad d^{-\alpha} \leq y \quad (3.17)$$

et

$$f_Y(y) = \frac{2}{\alpha} \frac{y^{-2/\alpha-1}}{\pi d^2} \quad d^{-\alpha} \leq y \quad (3.18)$$

Posons  $Z_i$  égale au produit des variable aléatoires  $h_i$  et  $Y_i$ . La distribution de  $Z_i = h_i Y_i$  est dérivée comme suit :

$$\begin{aligned} f_Z(z) &= \int_0^\infty \frac{1}{g} f_{hY}(z/g, g) dg \\ &= \int_0^{zd^\alpha} \frac{1}{g} \frac{2}{\alpha} \frac{(z/g)^{-2/\alpha-1}}{\pi d^2} f_h(g) dg \\ &= \frac{2}{\alpha} \frac{z^{-2/\alpha-1}}{\pi d^2} \int_0^{zd^\alpha} g^{2/\alpha} f_h(g) dg \\ &= \frac{2}{\alpha} \frac{z^{-2/\alpha-1}}{\pi d^2} E[h^{2/\alpha}; h \leq zd^\alpha] \end{aligned} \quad (3.19)$$

où  $E[h^{2/\alpha}; h \leq zd^\alpha]$  est la moyenne d'ordre  $2/\alpha$  tronquée à  $zd^\alpha$ . La fonction de répartition de  $Z$  est :

$$F_Z(z) = F_h(zd^\alpha) - \frac{z^{-2/\alpha}}{\pi d^2} \int_0^{zd^\alpha} u^{2/\alpha} f_h(u) du. \quad (3.20)$$

L'interférence générée par les  $n$  émetteurs dans le domaine  $D$  est :

$$I_{D,n} = \sum_{i=1}^n Z_i \quad (3.21)$$

La variable aléatoire  $Z_i$ , est construite à partir du produit des variables aléatoires  $Y_i$  et  $h_i$ . Comme évaluée par l'équation (3.17), la variable  $Y_i$  suit une distribution de Pareto avec un coefficient  $2/\alpha < 1$ . Par conséquent, nous proposons le lemme suivant sur la distribution de  $Z_i$  :

**Lemme 3.3.1.** *Sous condition que le moment d'ordre  $2/\alpha$  de  $h$  soit fini, la distribution de  $Z_i$  appartient à la classe des distributions subexponentielles.*

*Démonstration.* La fonction de répartition de  $Z_i$  est asymptotiquement équivalente à celle d'une distribution de Pareto. En effet,  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1-F_Z(z)}{z^{-2/\alpha}} = \frac{E[h^{2/\alpha}]}{\pi d^2}$ . La distribution de Pareto appartient à la classe subexponentielle. Puisque cette dernière classe est fermée sous la relation d'équivalence asymptotique [66], la distribution de  $Z_i$  est alors subexponentielle.  $\square$

La classe des distributions subexponentielles a été introduite par Chistyakov [70]. Une distribution subexponentielle se distingue par le fait que, dans un échantillon donné, on peut trouver des éléments de valeurs beaucoup plus élevées que la moyenne de l'échantillon. Ceci implique que le comportement du système est déterminé essentiellement par un ou quelques uns de ces éléments, contrairement aux systèmes classiques où le comportement global s'obtient par la contribution moyenne de chaque élément [66, 71, 72]. Plus formellement, les distributions subexponentielles vérifient :

$$P(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n > g) \approx_{g \rightarrow \infty} P(\max(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) > g) \quad (3.22)$$

En conclusion, le niveau de l'interférence est essentiellement déterminé par l'émetteur le plus fort. Soit  $Z_{(i)}$  la variable aléatoire obtenue en triant les puissances reçues :

$$Z_{(1)} \leq Z_{(2)} \leq \dots \leq Z_{(n-1)} \leq Z_{(n)} \quad (3.23)$$

En remplaçant la somme dans (3.21) par le terme le plus élevé, on obtient une borne inférieure sur la distribution de l'interférence :

$$P(I_{D,n} > g) \gtrsim P(Z_{(n)} > g) \quad (3.24)$$

La fonction de répartition de  $Z_{(n)}$  s'évalue directement par  $(F_Z)^n$  [73], ce qui conduit

à :

$$\begin{aligned}
P(I_D > g) &\gtrsim \sum_n P(n)(1 - F_Z^n(g)) \\
&\gtrsim \sum_n \frac{(\pi\lambda d^2)^n \exp(-\pi\lambda d^2)}{n!} (1 - F_Z^n(g)) \\
&\gtrsim 1 - \exp(-\lambda\pi d^2(1 - F_Z(g))) \\
&\gtrsim 1 - \exp\left(-\lambda\pi d^2(1 - F_h(gd^\alpha)) + \frac{g^{-2/\alpha}}{d^2} \int_0^{gd^\alpha} f_h(u) du\right) \quad (3.25)
\end{aligned}$$

En faisant tendre la région  $D$  vers l'infini, on obtient la borne inférieure suivante :

$$P(I_{\Phi_m} > g) \gtrsim 1 - e^{-\lambda\pi E[h^{2/\alpha}]g^{-2/\alpha}} \quad (3.26)$$

L'expression (3.26) est utilisée dans l'équation (3.15) pour obtenir la borne suivante sur la probabilité de non disponibilité :

$$P_0(\lambda, d_r, \beta) \gtrsim \int_0^\infty \frac{2}{\alpha} \Delta F_h(g\beta d_r^\alpha) g^{-2/\alpha-1} e^{-\Delta g^{-2/\alpha}} dg \quad (3.27)$$

où  $\Delta$  est égale à  $\lambda\pi E[h^{2/\alpha}]$ .

### 3.3.2 Étude de cas et résultats numériques

Afin d'estimer la précision de la borne inférieure donnée par l'expression (3.27), nous allons la comparer à la valeur exacte qui peut être explicitement dérivée pour deux cas. Le premier, comme mentionné précédemment, est relatif au cas d'un exposant d'atténuation égal à 4. Si on considère que les coefficients  $h_k$  sont constants, la distribution du SIR s'obtient directement par :

$$\begin{aligned}
P_0(\lambda, \beta, d_r) &= P(I > d_r^{-2}/\beta) \\
&= \mathbf{erf}\left(\frac{\lambda\pi^{3/2}d_r^2\sqrt{\beta}}{2}\right)
\end{aligned}$$

avec  $\mathbf{erf}(x)$  la fonction d'erreur exprimée par  $\mathbf{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ .

Le deuxième cas porte sur des évanouissements de Rayleigh. En effet, si les signaux subissent des évanouissements de Rayleigh, les puissances reçues sont distribuées suivant la loi exponentielle. Par conséquent, la fonction de répartition du  $SIR$  est simplement

la transformée de Laplace de l'interférence :

$$\begin{aligned}
P_0(\lambda, \beta, d_r) &= 1 - \int_0^\infty \exp(-\mu g \beta d_r^\alpha) dP(I_{\Phi_m} < g) \\
&= 1 - \mathcal{L}(\mu \beta d_r^\alpha) \\
&= 1 - \exp(-2/\alpha \pi \lambda \Gamma(2/\alpha) \Gamma(1 - 2/\alpha) d_r^2 \beta^{2/\alpha}) \quad (3.28)
\end{aligned}$$

où  $\mathcal{L}(\cdot)$  désigne la transformée de Laplace et  $\mu$  est la moyenne des puissances reçues. La borne inférieure développée donne :

$$P_0(\lambda, \beta, d_r) \gtrsim \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda \pi d_r^2 \sqrt{\beta}) & \alpha = 4, \text{ Puissance constante} \\ 1 - \int_0^\infty \frac{2}{\alpha} \Delta g^{-2/\alpha-1} \exp(-g \beta d_r^\alpha - \Delta g^{-2/\alpha}) dg & \text{Puissance exponentielle} \end{cases} \quad (3.29)$$

avec  $\Delta = \lambda \pi E[h^{2/\alpha}]$  et  $E[h^{2/\alpha}] = 2/\alpha \mu^{-2/\alpha} \Gamma(2/\alpha)$  pour une distribution exponentielle de moyenne  $\mu$ .

Des simulations de Monte-Carlo, détaillées dans l'annexe, ont été effectuées afin de valider les expressions et les bornes sur la probabilité de non disponibilité. Évidemment, les simulations sont réalisées sur un disque fini. La surface du disque est choisie en fonction de la densité de nœuds  $\lambda$ . En effet, la surface est déterminée de telle sorte qu'en moyenne 200 émetteurs sont présents. Les figures 3.3a et 3.4a illustrent les résultats analytiques et expérimentaux avec les paramètres suivants :  $\beta = 1$ ,  $d_r = 10m$  et  $\alpha = 4$ .

Ces figures montrent que les bornes inférieures et les résultats exacts sont très proches pour des valeurs de  $\lambda$  moyennes à faibles. La différence croît quand la densité croît. Ceci s'explique par le fait que pour des densités faibles, les émetteurs sont dispersés. Par conséquent, la puissance reçue de l'émetteur le plus fort est déterminantes. D'un autre côté, lorsque la densité croît, les contributions des émetteurs, autres que celui le plus fort, deviennent de plus en plus significatives. Néanmoins, le cas de densité élevée n'est pas très intéressant vu qu'il engendre une probabilité de non disponibilité proche de 1. Sur les mêmes figures, les courbes obtenues par simulation de la fonction d'atténuation considérée durant l'analyse et celle définie par l'expression (3.14) (fonction sans singularité) sont représentées. On constate bien que les deux courbes sont juxtaposées, ce qui s'explique comme suit : La seule différence est au niveau de la singularité à 0 et la probabilité qu'un émetteur soit à l'origine est quasi nulle.

La figure 3.3b démontre l'effet de la valeur du seuil  $\beta$  sur l'écart entre les valeurs



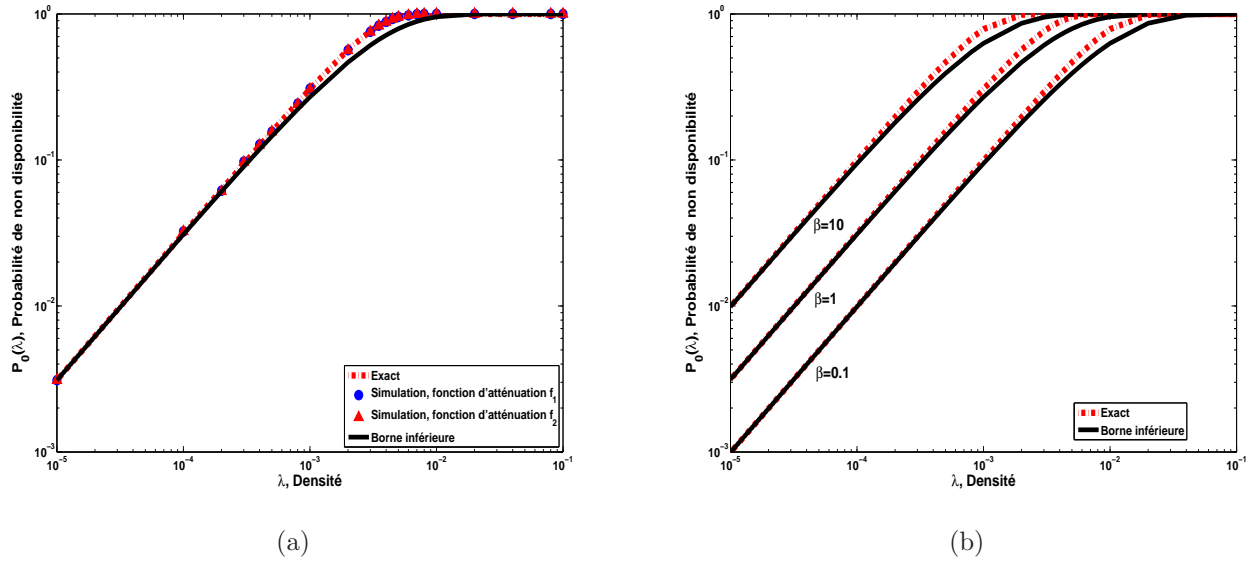


FIGURE 3.3 Probabilité de non disponibilité en fonction de la densité pour  $\alpha = 4$  : (a) Résultats analytiques et expérimentaux pour  $f_1(x) = x^{-\alpha}$ ,  $f_2(x) = \max(1, x^{-\alpha})$  et  $\beta = 1$ . (b) Influence du seuil  $\beta$  sur l'écart entre la borne inférieure et la valeur exacte

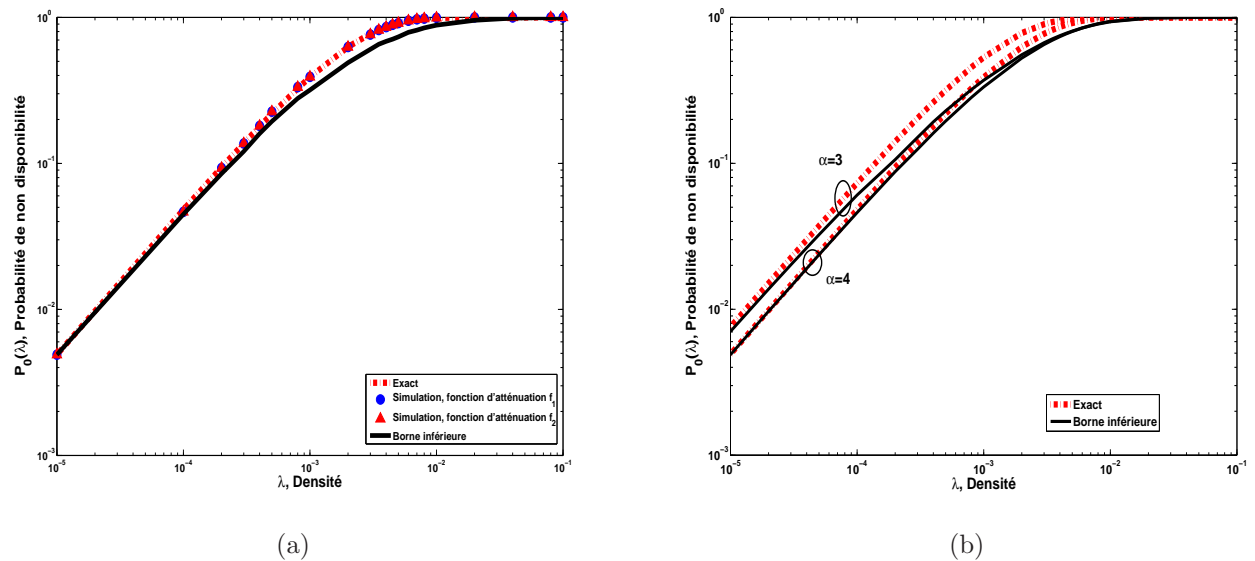


FIGURE 3.4 Probabilité de non disponibilité en fonction de la densité pour un évanouissement de Rayleigh : (a) Résultats analytiques et expérimentaux pour  $f_1(x) = x^{-\alpha}$ ,  $f_2(x) = \max(1, x^{-\alpha})$  et  $\alpha = 4$ . (b) Influence de la valeur de  $\alpha$  sur l'écart entre la borne inférieure et la valeur exacte

exactes et celles données par la borne inférieure. Cet écart croît avec  $\beta$ . La relation (3.22) explique bien ce phénomène. En effet, cette relation permet d'indiquer que plus  $d_r^{-\alpha}/\beta$  est grand, plus la borne inférieure est proche de la valeur exacte. En d'autres termes, la borne inférieure est d'autant plus fiable que le seuil du SIR est faible. D'un autre point de vue, la figure 3.4b illustre l'effet de l'exposant d'atténuation. L'effet des émetteurs, qui ne sont pas pris en compte dans le calcul de la borne inférieure, devient plus sévère quand l'exposant d'atténuation s'approche de 2. En effet, plus cet exposant est faible, plus la contribution de chacun des émetteurs se révèle significative. En revanche, la borne inférieure demeure précise pour une large gamme de valeurs de densités.

### 3.4 Évaluation des performances de la soustraction successive de l'interférence

On considère qu'en appliquant la technique de soustraction successive de l'interférence, un récepteur peut démoduler et réduire l'effet de  $K$  signaux. Le paramètre  $K$  est une contrainte reliée à la complexité et au délai permis pour ce traitement réalisé au récepteur. Un facteur  $0 \leq \xi \leq 1$  modélise la précision de ce traitement. Dans le meilleur des cas  $\xi = 0$ , ce qui signifie que l'effet de  $K$  interférents est complètement éliminé. Un facteur  $\xi = 1$  est équivalent à un récepteur conventionnel n'appliquant pas la soustraction de l'interférence. Formellement, l'ensemble des signaux d'interférence est subdivisé en deux groupes. Le premier, qu'on surnomme *interférence traitée*, est composé par les  $K$  signaux ayant les  $K$  puissances reçues les plus élevées. Le deuxième groupe est formé par les  $n - K$  signaux restants. Il sera désigné par le terme *interférence résiduelle*. Ainsi, l'expression (3.21) de l'interférence devient :

$$I_{D,n}(\lambda, K, \xi|n) = \sum_{i=1}^{n-K} Z_{(i)} + \xi \sum_{i=n-K+1}^n Z_{(i)}. \quad (3.30)$$

Le calcul exact de la distribution de l'interférence devient plus complexe étant donné qu'il existe maintenant des dépendances entre les termes qui la constituent. Par conséquent, la démarche développée dans la section précédente est poursuivie. Ainsi,

dans l'expression de l'interférence, seule les termes dominants sont conservés :

$$I_{D,n}(\lambda, K, \xi|n) \gtrsim Z_{(n-K)} + \xi Z_{(n)}. \quad (3.31)$$

Le terme de l'interférence qui influence le plus le résultat de l'équation (3.31) dépend de la valeur de  $\xi$ . En effet, quand  $\xi \rightarrow 0$ , le niveau de l'interférence est essentiellement déterminé par l'interférence résiduelle. Dans le cas contraire, i.e.  $\xi \rightarrow 1$ , le signal le plus élevé est  $Z_{(n)}$ . Suivant cette logique, la borne inférieure sur la distribution de l'interférence est définie comme suit :

$$\begin{aligned} P(I_{D,n}(\lambda, K, \xi|n) > g) &\gtrsim P(Z_{(n)} > \frac{g}{\xi} \text{ ou } Z_{(n-K)} > g) \\ &\gtrsim 1 - P\left(Z_{(n)} > \frac{g}{\xi} \text{ ou } Z_{(n-K)} > g\right) \\ &\gtrsim 1 - P\left(Z_{(n)} \leq \frac{g}{\xi} \text{ et } Z_{(n-K)} \leq g\right). \end{aligned} \quad (3.32)$$

La borne inférieure est déterminée par la probabilité conjointe des variables aléatoires  $Z_{(n)}$  et  $Z_{(n-K)}$ . Dans [73], l'expression de la fonction de répartition conjointe de deux statistiques d'ordre a été obtenue et a pour expression :

$$F_{(n-K)(n)}(x, y) = \sum_{i=n-K}^n \mathcal{C}_n^i F^i(x) [F(y) - F(x)]^{n-i}. \quad (3.33)$$

où  $\mathcal{C}_n^i$  désigne le nombre de combinaisons de  $i$  éléments parmi un ensemble de  $n$  éléments. En utilisant l'expression (3.33) dans (3.32), on obtient :

$$P(I_D(\lambda, K, \xi) \leq g) \lesssim \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=\max(0, n-K)}^n \mathcal{C}_n^i P(n) F_Z^i(g) [F_Z(\frac{g}{\xi}) - F_Z(g)]^{n-i}. \quad (3.34)$$

Les multiples sommes dans l'équation (3.34) sont dénotées par  $\hat{P}$  et évaluées comme suit :

$$\begin{aligned}
\hat{P} &= \sum_{n=0}^K Pr(n) F_Z^n\left(\frac{g}{\xi}\right) \sum_{n=K+1}^{\infty} \sum_{i=n-K}^n \mathcal{C}_n^i Pr(n) F_Z^i(g) [F_Z\left(\frac{g}{\xi}\right) - F_Z(g)]^{n-i} \\
&= \sum_{n=0}^K e^{-\lambda\pi d^2} \frac{(\lambda\pi d^2)^n}{n!} F_Z^n\left(\frac{g}{\xi}\right) \sum_{n=K+1}^{\infty} \sum_{i=0}^K e^{-\lambda\pi d^2} \frac{(\lambda\pi d^2)^n}{(i+n-K)!(K-i)!} \cdot \\
&\quad F_Z^{i+n-K}(g) [F_Z\left(\frac{g}{\xi}\right) - F_Z(g)]^{K-i} \\
&= \underbrace{e^{-\lambda\pi d^2} \left( \sum_{n=0}^K \frac{(\lambda\pi d^2)^n}{n!} F_Z^n\left(\frac{g}{\xi}\right) - \sum_{i=0}^K \sum_{n=i}^K \frac{(\lambda\pi d^2 [F_Z\left(\frac{g}{\xi}\right) - F_Z(g)]^i (\lambda\pi d^2 F_Z(g))^n}{i! n!} \right)}_{(1)} \\
&\quad + \underbrace{\sum_{i=0}^K e^{-\lambda\pi d^2} \frac{(\lambda\pi d^2 [F_Z\left(\frac{g}{\xi}\right) - F_Z(g)]^i}{i!} e^{\lambda\pi d^2 F_Z(g)}}_{(2)}.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

À la limite de région tendant vers l'infini, Le terme (1) dans l'expression (3.35) tend vers 0. En remplaçant  $F_Z$  par sa valeur donnée par l'équation (3.20), l'expression précédente devient :

$$\hat{P} = \sum_{i=0}^K \frac{(\lambda\pi E[h^{2/\alpha}](g^{-2/\alpha} - (\frac{g}{\xi})^{-2/\alpha}))^i}{i!} e^{-\lambda\pi E[h^{2/\alpha}]g^{-2/\alpha}} \tag{3.36}$$

Ainsi, la probabilité que l'interférence soit plus élevée que  $g$  vérifie :

$$P(I(\lambda, K, \xi) > g) \gtrsim 1 - \sum_{i=0}^K \frac{(\lambda\pi E[h^{2/\alpha}](g^{-2/\alpha} - (\frac{g}{\xi})^{-2/\alpha}))^i}{i!} e^{-\lambda\pi E[h^{2/\alpha}]g^{-2/\alpha}}. \tag{3.37}$$

La probabilité de non disponibilité, dénotée par  $P_{K,\xi}$ , s'obtient directement en utilisant le résultat (3.37) dans l'évaluation de (3.15).

## 3.5 Applications et résultats numériques

### 3.5.1 Exemples

L'analyse développée dans la section 3.4 est valide pour toute distribution de puissances reçues dont la moyenne d'ordre  $2/\alpha$  est finie. Afin de montrer le gain potentiel en performance de l'application de la soustraction de l'interférence, trois exemples sont donnés :

1. Puissances de transmission constantes sans évanouissement : L'expression (3.37) donne directement la borne inférieure sur la probabilité de non disponibilité avec  $g = d_r^{-\alpha}/\beta$ .
2. Évanouissement de Rayleigh : La borne inférieure s'obtient en remplaçant l'expression (3.37) dans (3.15) :

$$P_{K,\xi}(\lambda, d_r, \beta) \gtrsim 1 - \frac{2 (\Delta(1 - \xi^{2/\alpha}))^{K+1}}{\alpha K!} \int_0^\infty g^{-2(K+1)/\alpha-1} \exp(-\Delta g^{-2/\alpha} - d_r^\alpha \beta g) dg. \quad (3.38)$$

3. Évanouissement de Rayleigh et inversion du canal : On suppose que chaque émetteur connaît parfaitement l'état du canal le reliant à son propre récepteur. Chaque émetteur utilise une puissance de transmission inversement proportionnelle au gain de son canal. Ainsi, les puissances perçues par le récepteur considéré sont égales aux quotients de deux variables indépendantes de distribution exponentielle. La borne inférieure sur la probabilité de non disponibilité est égale à celle de l'expression (3.37) avec  $g = d_r^{-\alpha}/\beta$  et  $E[h^{2/\alpha}] = 2/\alpha\Gamma(2/\alpha)\Gamma(1 - 2/\alpha)$ .

### 3.5.2 Résultats numériques

Les simulations utilisent les paramètres suivants : seuil  $\beta = 1$ , la distance entre l'émetteur et le récepteur  $d_r = 10m$  et l'exposant d'atténuation  $\alpha = 3$ . Les figures 3.5, 3.6 et 3.7 illustrent les résultats analytiques et de simulations pour les trois configurations présentées dans la section 3.5.1. Sur chaque figure, quatre courbes représentent l'amélioration en performance obtenue lorsque  $K = 0, 1, 2$  ou  $3$  des signaux les plus élevés sont complètement éliminés. On observe que les courbes générées par simulation et celles obtenues analytiquement sont similaires. Les remarques, sur l'écart entre

la borne inférieure et les valeurs exactes, mentionnées à la section 3.3.2 s'appliquent de nouveau dans ce contexte. En revanche, on constate que ces écarts s'accroissent lorsque la valeur de  $K$  augmente. En effet, on a établi que pour des distributions subexponentielles quelques termes déterminent la forme de la distribution. Éliminant complètement ces termes, le poids des termes résiduels n'est pas aussi déterminant que ceux qui ont été précédemment éliminés. Malgré ce fait, la borne inférieure reste fortement représentative du gain de performances.

Sur les trois figures, on peut constater que le traitement et l'élimination de quelques signaux d'interférence diminue considérablement la probabilité de non disponibilité pour des valeurs modérées de la densité (densité de l'ordre de  $10^{-2}$  nœuds par  $m^2$  pour les paramètres choisis). Pour un réseau dense, l'amélioration n'est pas toutefois significative car le nombre de signaux ayant une puissance élevée augmente naturellement avec la densité.

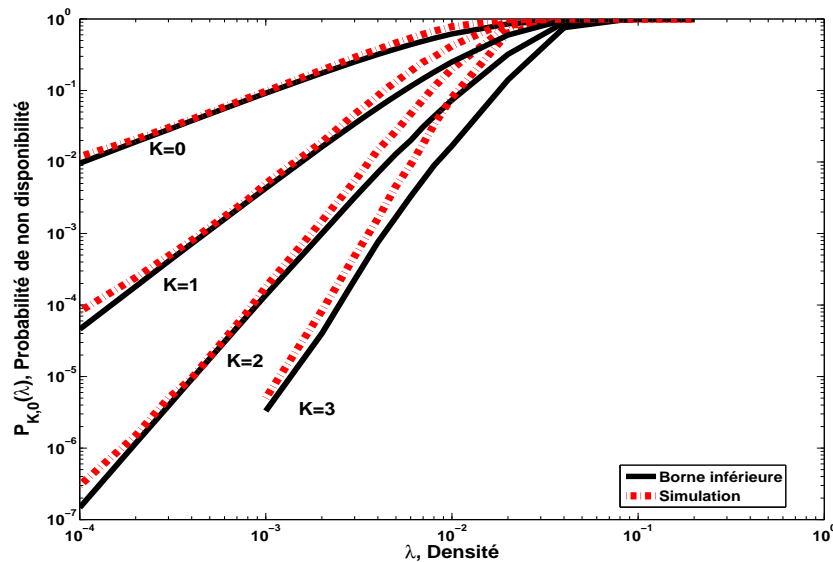


FIGURE 3.5 Puissances reçues égales : bornes inférieures et résultats expérimentaux

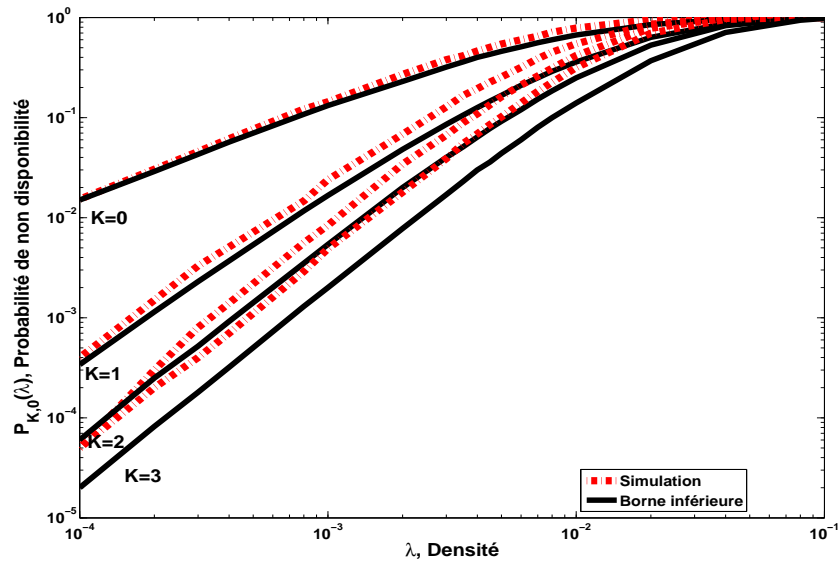


FIGURE 3.6 Évanouissement de Rayleigh : bornes inférieures et résultats expérimentaux

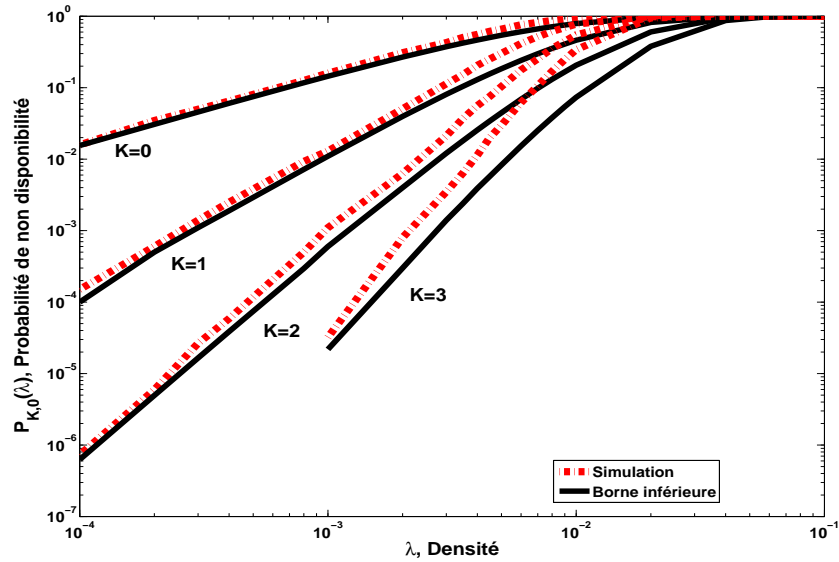
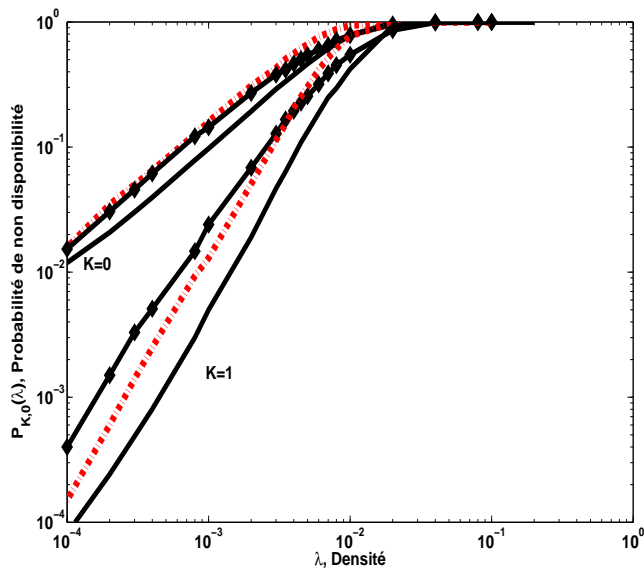


FIGURE 3.7 Inversion du canal : bornes inférieures et résultats expérimentaux

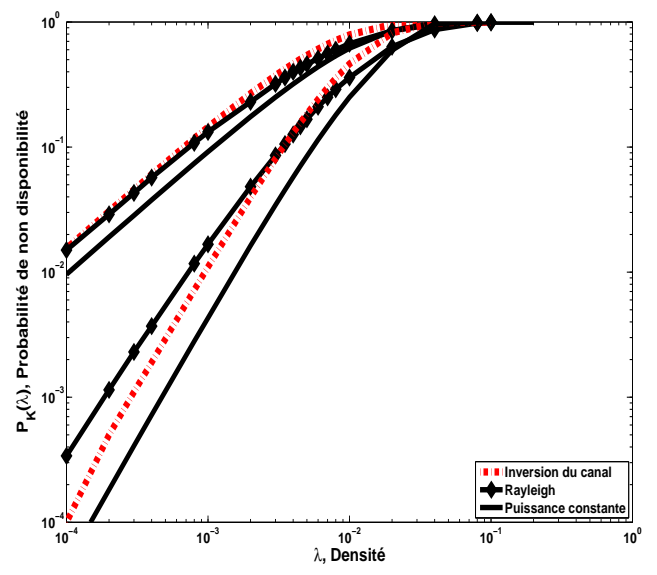
La figure 3.8 présente une comparaison entre les trois cas considérés avec ou sans soustraction du signal le plus élevé. Considérant un récepteur conventionnel ( $K = 0$ ), on remarque que l'approche de l'inversion du canal dégrade les performances par rap-

port au cas sans inversion du canal. Cette dégradation s'explique de la façon suivante. Soit un interférent ayant un mauvais canal vis à vis son propre récepteur et un bon canal vis à vis le récepteur considéré. Lorsque cet interférent effectue une inversion de son canal, il augmente considérablement le niveau de l'interférence. Cet effet a été aussi constaté dans [74]. Une soustraction complète du signal le plus élevé permet de corriger cet inconvénient et d'approcher les performances de celles du cas sans évanouissement. La figure 3.9 présente les courbes de probabilité de non disponibilité avec une soustraction partielle du signal le plus élevé. Sur cette figure on observe que la performance est très sensible au paramètre  $\xi$ . Ce fait est prévisible et cohérent avec l'analyse élaborée. En effet durant cette analyse on a conclu que la puissance du signal le plus élevé est celle qui détermine essentiellement le niveau de la probabilité de non disponibilité. Ainsi, ne pas soustraire avec une bonne précision ce signal ne procure pas un avantage important en termes de l'amélioration de performances.



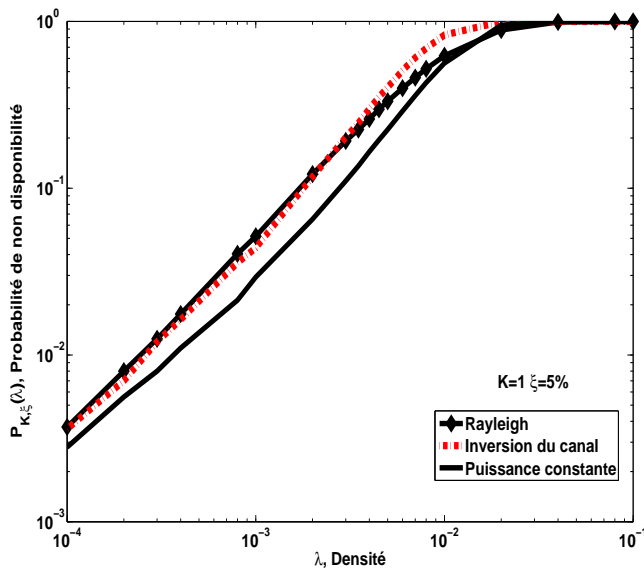


(a) Simulation

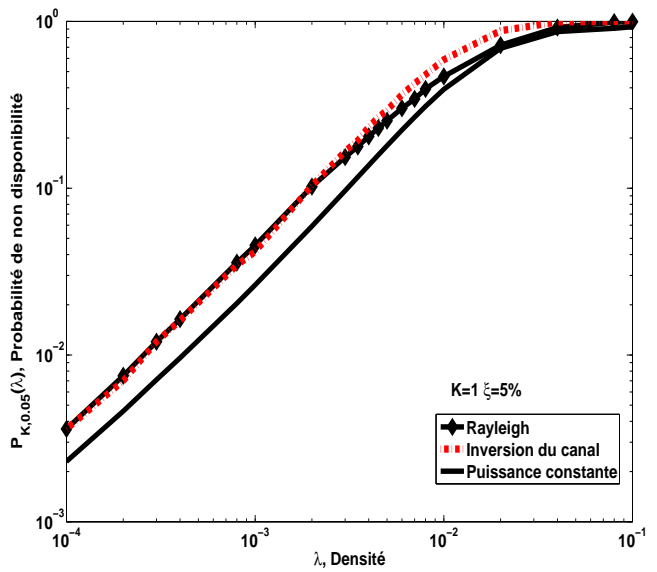


(b) Analytique

FIGURE 3.8 Comparaison des performances avec soustraction du signal le plus élevé : Puissances reçues déterministes, évanouissement de Rayleigh, inversion du canal.



(a) Simulation



(b) Analytique

FIGURE 3.9 Effet du paramètre  $\xi$  sur la probabilité de non disponibilité.

## 3.6 Conclusion

Le présent chapitre a fourni une analyse théorique des performances de la technique de soustraction de l'interférence dans les réseaux ad hoc. Plus spécifiquement le réseau ad hoc est considéré à un instant donnée avec un nombre et des positions aléatoires des émetteurs. Cette configuration engendre un champ d'interférence aléatoire dont les propriétés probabilistes ont été analysées. À partir de cette analyse, des bornes serrées sur la probabilité de non disponibilité ont été dérivées en utilisant un modèle général de distribution de l'atténuation du canal et des puissances de transmission. Ces bornes ont été validées par des simulations et appliquées sur trois scénarios différents.

Les résultats analytiques et expérimentaux ont montré que l'efficacité de la soustraction de l'interférence est déterminée en premier lieu par la précision de ce traitement. Cette précision dépend entre autres de la qualité de l'estimation du canal et du rapport entre la puissance du signal interférent traité et le restant des signaux. Ainsi, appliquer la soustraction de l'interférence avec un facteur d'erreur important ne permet pas une amélioration significative même avec un nombre élevé de signaux interférents traités.

Par contre, une amélioration nette est obtenue en traitant un seul interférent avec une bonne précision. Par ce fait, il est utile de fournir plus d'effort sur la précision du traitement qu'augmenter la complexité par le nombre de signaux traités.

Durant l'étude, le terme du bruit a été négligé. Cette mesure est prise d'un côté pour alléger les calculs. D'un autre côté, ce terme n'influence pas les conclusions dans le contexte courant. En effet, la soustraction d'interférence est un traitement qui n'implique pas de transformation sur le bruit. Dans le chapitre suivant, un traitement qui effectue une telle transformation sera étudié et le terme du bruit sera réintégré.

# Chapitre 4

## Analyse du potentiel des systèmes d'antennes multiples dans les réseaux ad hoc

### 4.1 Introduction

Ce chapitre analyse le potentiel de l'utilisation de système d'antennes dans les réseaux ad hoc. Ce sujet a été précédemment considéré dans la littérature sous plusieurs angles. La section 1.3.2 a présenté l'un de ces angles, à savoir l'exploitation des antennes directionnelles dans la conception des protocoles d'accès ou de routage. Dans ce travail, on s'intéresse à l'aspect du traitement de signal associé aux antennes multiples au niveau du récepteur. Plus spécifiquement on se propose d'identifier la distribution du SINR à la sortie du système d'antennes. Dans [75,76] des caractérisations du SINR sont présentées pour le récepteur avec combinaison à ratio maximal (MRC) et le récepteur avec forçage à zéro (ZF). Ces deux approches fournissent respectivement un gain en diversité et un gain en terme d'atténuation de l'interférence. Dans ce qui suit, on propose d'étudier la distribution du SINR résultant de l'application de l'approche optimale au sens de la maximisation du SINR, à savoir la récepteur MMSE.

La deuxième section commence par un rappel du modèle du réseau adopté. L'expression formelle de l'interférence à la sortie du système d'antennes est ensuite donnée. Dans la troisième section, la dérivation exacte de la distribution du SINR est fournie pour le récepteur MMSE. Une discussion du résultat ainsi que des exemples numériques sont présentés respectivement aux sections 4.3.1 et 4.4

## 4.2 Modèle du réseau et expression de l'interférence

D'une façon similaire aux chapitres précédents, à une période de temps, l'ensemble des émetteurs dans le réseau est composé par un nombre de nœuds distribués suivant un processus ponctuel de Poisson  $\Phi_m = \{X_i \in \mathbb{R}^2, \lambda, i \in \mathbb{N}\}$ , où  $X_i$  sont les positions des nœuds. Ces nœuds utilisent une antenne à l'émission et  $L$  antennes à la réception. Les canaux entre les antennes émettrices et les antennes réceptrices sont sujets à des évanouissements complexes indépendants et identiquement distribués suivant une loi Gaussienne de moyenne nulle et de variance unitaire. Ainsi, le signal perçu par un récepteur typique prend la forme :

$$\mathbf{x} = d_r^{-\alpha/2} \mathbf{c}_r s_r + \sum_{X_k \in \Phi_m} |X_k|^{-\alpha/2} \mathbf{c}_k s_k + \mathbf{n} \quad (4.1)$$

où  $\mathbf{c}_r, \mathbf{c}_k, k \in \mathbb{N}$ , sont les vecteurs de propagation de dimension  $L$ , respectivement du signal d'intérêt et des signaux d'interférence. Le vecteur  $\mathbf{n}$  modélise un bruit additif complexe blanc et Gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . Tous les nœuds utilisent la même puissance de transmission unitaire. Le signal reçu est donc formé par  $L$  copies du signal original à différents gains et phases corrompues par l'interférence et le bruit. Il est ensuite prétraité pour en extraire une statistique de décision. Ce prétraitement consiste à lui appliquer un vecteur de poids choisi suivant les statistiques observées du signal reçu. Le signal obtenu à la sortie des antennes multiples s'exprime alors comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{w}^T \mathbf{x} \quad (4.2)$$

où  $\mathbf{w}$  est le vecteur de poids et l'opérateur  $^T$  désigne le transposé conjugué. Ainsi le rapport signal à interférence plus bruit est :

$$SINR = \left\{ \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{c}_r \mathbf{c}_r^T \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T (\mathbf{R}_I + \sigma^2 \mathbf{I}_L) \mathbf{w}} \right\} \quad (4.3)$$

où  $\mathbf{I}_L$  est la matrice identité de dimension  $L \times L$ . La matrice  $\mathbf{R}_I$  est la matrice de covariance de l'interférence exprimée par :  $\mathbf{R}_I = \sum_{X_k \in \Phi_m} |X_k|^{-\alpha} \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^T$ .

Plusieurs approches peuvent être considérées pour le choix du vecteur  $\mathbf{w}$  [77]. Les

plus simples consistent à appliquer des poids égaux où à sélectionner la copie la moins bruitée. Des approches plus sophistiquées tendent à combiner ces copies pour optimiser un critère donné. On peut penser à combattre l'évanouissement du signal en sélectionnant des poids proportionnelle aux gains des canaux des antennes. Cette approche, désignée par combinaison à ratio maximal MRC (Maximal Ratio Combining), permet de maximiser le rapport signal à bruit et de fournir un ordre de diversité égal au nombre d'antennes réceptrices. Cependant, elle ne tient pas compte de la contribution de l'interférence dans chaque branche. Par conséquent, le signal résultant peut contenir de forte proportion d'interférence. Une deuxième technique, désignée par forçage à zéro (Zero Forcing, ZF) consiste à réduire l'interférence dans le signal résultant. En effet, le vecteur de poids est choisi de telle sorte qu'il soit perpendiculaire à l'espace formé par les  $L - 1$  signaux d'interférence ayant les puissances reçues les plus élevées. Ceci permet de supprimer l'effet de  $L - 1$  interférents. En contre partie, ce traitement ne permet pas d'avoir des gains en diversité. Le vecteur poids qui fournit le meilleur compromis entre la réduction de l'interférence et la diversité, dans le sens qu'il maximise le rapport signal à interférence plus bruit vérifie :

$$\mathbf{w}_{OC} = \arg \max_{\mathbf{w}} \left\{ \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{c}_r \mathbf{c}_r^T \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T (\mathbf{R}_I + \sigma^2 \mathbf{I}_L) \mathbf{w}} \right\} \quad (4.4)$$

La solution à ce problème est désignée par combinaison optimale (Optimum Combining) et correspond au vecteur suivant [77, 78] :

$$\mathbf{w}_{OC} = (\mathbf{R}_I + \sigma^2 \mathbf{I}_L)^{-1} \mathbf{c}_r \quad (4.5)$$

Le vecteur  $\mathbf{w}_{OC}$  maximise le SINR et permet également de minimiser l'erreur quadratique moyenne (MMSE). En appliquant ce vecteur le SINR résultant est :

$$\beta = d_r^{-\alpha} \mathbf{c}_r^T (\mathbf{R}_I + \sigma^2 \mathbf{I}_L)^{-1} \mathbf{c}_r \quad (4.6)$$

### 4.3 Dérivation exacte de la distribution du SINR

La distribution du SINR dépend du choix de la transformation du signal reçu déterminée par le vecteur  $\mathbf{w}$ . Dans [75] les auteurs ont élaboré des analyses de cette distribution pour des techniques de récepteurs qui considèrent uniquement les

canaux entre le récepteur et l'émetteur d'intérêt. Plus précisément, cette analyse s'intéresse particulièrement à des techniques telles que la combinaison à ratio maximal ou sélective. Dans ce contexte, les statistiques de l'interférence restent semblables à celle du cas d'une unique antenne à la réception sous un évanouissement de Rayleigh. Afin d'illustrer cet effet, on considère comme exemple l'approche MRC. Le vecteur de poids qui lui est associé est égal au vecteur de propagation de l'émetteur d'intérêt. En négligeant le bruit, le SIR est :

$$SIR = \frac{|\mathbf{c}_r|^2 d_r^{-\alpha}}{\sum_{X_i \in \Phi_m} \left| \frac{\mathbf{c}_r^T}{|\mathbf{c}_r|} \mathbf{c}_i \right|^2 |X_i|^{-\alpha}} \quad (4.7)$$

Étant donnée que les vecteurs  $\mathbf{c}_r$  et  $\mathbf{c}_i$  sont indépendants et Gaussiens, la distribution de leur produit est elle-même Gaussienne [79]. Ainsi, les coefficients associés aux  $|X_i|$  dans la somme de l'expression précédente sont exponentiellement distribués. D'un autre côté, le coefficient  $|\mathbf{c}_r|^2$  est distribué suivant la loi chi-carré à  $2L$  degrés de liberté  $\chi_{2L}^2$ . La distribution du SIR vérifie :

$$\begin{aligned} P(SIR \leq \beta) &= \int_0^\infty F_{\chi_{2L}^2}(g\beta d_r^\alpha) f_{I_{\Phi_m}}(g) dg \\ &= 1 - \int_0^\infty \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(g\beta d_r^\alpha)^i}{i!} \exp(-g\beta d_r^\alpha) f_{I_{\Phi_m}}(g) dg \\ &= 1 - \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(-\gamma)^i}{i!} \frac{d^i}{d\gamma^i} \mathcal{L}(I_{\Phi}(\gamma)) \end{aligned} \quad (4.8)$$

avec  $\gamma = \beta d_r^\alpha$ ,  $\mathcal{L}(I_{\Phi_m}(\gamma)) = \exp(-\lambda \Delta \gamma^{2/\alpha})$  est la transformée de Laplace du processus ponctuel de Poisson avec un évanouissement de Rayleigh et  $\Delta = 2\pi/\alpha \Gamma(2/\alpha) \Gamma(1 - 2/\alpha)$ .

Des arguments similaires permettent de déduire la distribution du SINR résultant de l'application des techniques de transmission à ratio maximal MRT, des antennes sectorielles ainsi que de transmission avec codage en bloc spatio-temporel [75]. Il est démontré dans [75] qu'en présence de l'interférence cette classe d'approches ne fournit pas un gain significatif.

Dans [76] une étude des performances du récepteur avec forçage à zéro est élaborée. Cette étude fournit des bornes inférieures sur la probabilité de non disponibilité de lien dans un réseau ad hoc stochastique sans bruit. La borne inférieure donnée n'est pas

simple à évaluer numériquement et perd de la précision quand le nombre d'antennes est élevé. Néanmoins, elle montre l'ordre de performance résultant de l'utilisation de toutes les antennes pour l'annulation de l'interférence.

Dans ce qui suit, nous proposons d'évaluer les performances de la technique qui comprend aussi bien le pouvoir de suppression de l'interférence qu'un gain de diversité, à savoir la technique de combinaison optimale ou MMSE. La difficulté majeure concernant l'analyse de cette technique provient du fait que le vecteur de poids contient des éléments de l'interférence et du signal lui même. Une difficulté supplémentaire dans le contexte d'intérêt provient du caractère aléatoire des puissances reçues. Ces éléments conduisent à un système probabiliste complexe. Dans le but d'alléger l'analyse, ce système est décomposé en deux niveaux. Premièrement la distribution du SINR conditionnée à une réalisation du réseau est considérée. Ensuite, la probabilité inconditionnelle est analysée.

On considère une réalisation arbitraire du réseau sur un disque fini  $D$  de rayon  $d$  et on dénote par  $N$  le nombre de noeuds dans ce disque. Dans cette première étape le problème se résume à déterminer la distribution des valeurs propres de la matrice aléatoire définie par  $\mathbf{M} = (\mathbf{C}\mathbf{P}\mathbf{C}^T + \sigma^2\mathbf{I}_L)$ . Chaque colonne de la matrice aléatoire  $\mathbf{C}$  représente les coefficients du canal d'un noeud. Par conséquent, les colonnes de  $\mathbf{C}$  sont identiquement et indépendamment distribuées suivant la loi Normale multidimensionnelle. La matrice  $\mathbf{P} = \text{diag}(|X_1|^{-\alpha}, |X_2|^{-\alpha}, \dots)$  est une matrice diagonale formée par des éléments réels qui représentent les puissances reçues des émetteurs. Le problème décrit a suscité beaucoup d'intérêt aussi bien dans la littérature de la théorie de probabilité que celle de communication sans fil. Les résultats les plus significatifs peuvent être regroupés en deux classes.

La première classe comprend des résultats de nature asymptotiques qui découlent initialement des travaux de Silverstein et Bai [80]. En effet dans [80] les auteurs démontrent que, sous l'hypothèse que le nombre de noeuds et d'antennes tendent vers l'infini à un taux fixe (le rapport entre ces deux quantités est fixe), les valeurs propres des matrices aléatoires de la même forme que  $\mathbf{M}$  convergent vers des valeurs déterministes. Ce résultat est utilisé dans des divers travaux dont [81] et [82]. Ces travaux ont fourni des expressions simples de la moyenne et de la variance du SINR pour le régime asymptotique. Dans le contexte considéré ici, ces résultats ne peuvent pas être utilisés directement bien que le nombre de noeuds soit grand (la surface du réseau est grande). En effet, il a été établi dans le chapitre précédent que l'in-

terférence globale est uniquement déterminée par quelques uns de ces composantes. De plus, l'objectif de ce travail est de quantifier l'apport de l'utilisation d'un nombre raisonnable d'antennes dans les réseaux ad hoc.

La deuxième classe de résultats découlent des travaux de Khatri [83]. Ces travaux ont permis de dériver la distribution des matrices aléatoires quadratiques ayant la même forme que  $\mathbf{CPC}^T$ . À partir de ces travaux, Shah et Haimovich [84] ont montré qu'en négligeant le terme du bruit, le SIR suit la distribution suivante :

$$f_\beta(\beta) = \frac{\Gamma(N+1)}{\Gamma(L)\Gamma(N+1-L)} \frac{\beta^{L-1} q^{N+1}}{(1+q\beta)^{N+1}} |\mathbf{P}|^{-1} \mathbf{H}_0^{(N)}(N+1; \mathbf{I}_N - q\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{Z}) \quad (4.9)$$

où  $\mathbf{H}_0^{(N)}$  est la fonction hypergéométrique à arguments matriciels,  $\mathbf{Z} = \text{diag}[(1+q\beta)^{-1}, \mathbf{I}_{L-1}]$ ,  $q$  est une constante particulière et  $\Gamma(\cdot)$  est la fonction gamma.

Le résultat de l'expression (4.9) est largement appliqué pour l'analyse du récepteur MMSE pour différents types de modulations [85–88] dans le contexte de puissances déterministes. L'expression (4.9) n'est pas simple vu qu'elle contient la fonction hypergéométrique à arguments matriciels. Par conséquent, il n'est pas facile de l'appliquer directement pour en extraire la distribution du SINR inconditionnelle. Dans [89] et [90], les auteurs généralisent le résultat précédent en incluant le terme du bruit. À la suite de manipulations judicieuses des propriétés de la fonction hypergéométrique, ils aboutissent à la forme suivante de la fonction de répartition du SINR :

$$F_\beta(\beta|N, X_1 \cdots X_N) = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{L-1} a_i (\beta d_r^\alpha)^i}{\exp(\sigma^2 \beta d_r^\alpha) \prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \beta d_r^\alpha)} \quad (4.10)$$

où  $a_i$ ,  $i = 0 \cdots L-1$  sont les  $L$  premiers coefficients de la série de Taylor de  $\exp(\sigma^2 \beta) \prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \beta)$ .

Une observation immédiate est que  $L = 1$  correspond au cas simple de canal à évanouissement de Rayleigh. Dans ce cas particulier la complémentaire de la fonction de répartition est simplement la fonction caractéristique de la somme de l'interférence et du bruit [91]. Ceci est cohérent avec l'expression (4.10). En effet,  $\prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma)^{-1}$  représente la fonction caractéristique d'une somme pondérée (avec des poids égaux à  $|X_j|^{-\alpha}$ ) de  $N$  variables aléatoires indépendantes de distribution exponentielle. Étant donnée que la fonction caractéristique de l'interférence générée par un processus ponctuel de Poisson est connue [59, 61, 92–95], la dérivation pour le cas  $L = 1$  est relativement triviale. Pour un nombre d'antennes arbitraire, nous établissons le lemme



suivant :

**Lemme 4.3.1.** *La probabilité de non disponibilité pour un récepteur MMSE avec un nombre arbitraire d'antennes  $L$  est :*

$$F_\gamma(\gamma, \lambda) = 1 - \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\lambda \Delta \gamma^{2/\alpha} + \sigma^2 \gamma)^i}{i!} \exp(-\lambda \Delta \gamma^{2/\alpha} - \sigma^2 \gamma) \quad (4.11)$$

où  $\Delta = \pi 2/\alpha \Gamma(2/\alpha) \Gamma(1 - 2/\alpha)$  et  $\gamma = \beta d_r^\alpha$ .

*Démonstration.* Les coefficients  $a_i$  dans l'équation (4.10) peuvent être exprimés d'une manière simple. En effet, le développement de Taylor du dénominateur de (4.10) donne :

$$\exp(\sigma^2 \gamma) \prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\sigma^2)^k}{k!} \gamma^k \sum_{i=0}^N b_i(|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}) \gamma^i \quad (4.12)$$

où  $b_i(|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}) = \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_i \leq N} |X_{j_1}|^{-\alpha} |X_{j_2}|^{-\alpha} \dots |X_{j_i}|^{-\alpha}$  pour  $1 \leq i \leq N$  et  $b_0 = 1$ . Par conséquent on obtient :

$$a_i = \sum_{k=0}^i \frac{(\sigma^2)^{i-k}}{(i-k)!} b_k(|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}) \quad i = 0 \dots L-1 \quad (4.13)$$

À partir des équations (4.10) et (4.13) et en prenant la moyenne par rapport aux positions des émetteurs et à leur nombre, la complémentaire de la fonction de répartition du SINR est :

$$\bar{F}_\gamma(\gamma, \lambda) = \exp(-\sigma^2 \gamma) E_N \left[ \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{\min(i, N)} \frac{(\sigma^2 \gamma)^{i-k}}{(i-k)!} \underbrace{E_{|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}} \left[ \frac{b_k(|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}) \gamma^k}{\prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma)} \right]}_{(1)} \right] \quad (4.14)$$

Chaque coefficient  $b_k(P_1, \dots, P_N)$ ,  $k = 1 \dots L-1$ , est composé d'une somme des produits des éléments de toutes les combinaisons possibles de  $k$  éléments parmi l'ensemble  $\{|X_j|^{-\alpha}, j = 1 \dots N\}$ . Sachant que les positions des nœuds sont identiquement et indépendamment distribuées, la deuxième moyenne dans l'équation précédente se

simplifie comme suit :

$$\begin{aligned}
(1) &= \mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}} \left[ \frac{b_k(|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}) \gamma^k}{\prod_{j=1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma)} \right] \\
&= \mathcal{C}_N^k \mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}, \dots, |X_N|^{-\alpha}} \left[ \frac{|X_1|^{-\alpha} \dots |X_k|^{-\alpha} \gamma^k}{\prod_{j=1}^k (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma)} \frac{1}{\prod_{j=k+1}^N (1 + |X_j|^{-\alpha} \gamma)} \right] \\
&= \mathcal{C}_N^k \mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}} \left[ \frac{|X_1|^{-\alpha} \gamma}{(1 + |X_1|^{-\alpha} \gamma)} \right]^k \mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}} \left[ \frac{1}{(1 + |X_1|^{-\alpha} \gamma)} \right]^{N-k}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

où  $\mathcal{C}_N^k$  est le nombre de combinaisons de taille  $k$  d'un ensemble de taille  $N$ . Pour calculer  $\mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}} \left[ \frac{|X_1|^{-\alpha}}{(1 + |X_1|^{-\alpha} \gamma)} \right]$ , il suffit d'utiliser le fait que, pour  $N$  fixé dans une région finie  $D$ , les nœuds sont uniformément distribués. Par conséquent on obtient :

$$\mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}} \left[ \frac{|X_1|^{-\alpha}}{(1 + |X_1|^{-\alpha} \gamma)} \right] = \frac{1}{\pi d^2} \int_D |x|^{-\alpha} (1 + |x|^{-\alpha} \gamma)^{-1} dx \tag{4.16}$$

et de même :

$$\mathbb{E}_{|X_1|^{-\alpha}} \left[ \frac{1}{(1 + |X_1|^{-\alpha} \gamma)} \right] = \frac{1}{\pi d^2} \int_D (1 + |x|^{-\alpha} \gamma)^{-1} dx \tag{4.17}$$

Étant donnée que le nombre de nœuds suit une distribution de Poisson et en utilisant (4.16) et (4.17), la complémentaire de la fonction de répartition du SINR devient :

$$\begin{aligned}
\bar{F}_\gamma(\gamma, \lambda) &= \exp(-\sigma^2 \gamma) \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{\min(i, N)} \frac{N!}{k!(N-k)!(i-k)!} (\sigma^2)^{i-k} \gamma^{i-k} \left( \frac{1}{\pi d^2} \int_D \frac{|x|^{-\alpha} \gamma}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} dx \right)^k \\
&\quad \left( \frac{1}{\pi d^2} \int_D \frac{1}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} \right)^{N-k} \frac{(\lambda \pi d^2)^N}{N!} \exp(-\lambda \pi d^2) \\
&= \exp(-\sigma^2 \gamma) \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \sum_{N=k}^{\infty} \frac{(\sigma^2 \gamma)^{i-k}}{k!(i-k)!} \left( \lambda \int_D \frac{|x|^{-\alpha} \gamma}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} dx \right)^k \\
&\quad \frac{1}{(N-k)!} \left( \lambda \int_D \frac{1}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} \right)^{N-k} \exp(-\lambda \pi d^2)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Sachant que  $\pi d^2 = \int_D 1 dx$ , l'expression précédente se simplifie comme suit :

$$\bar{F}_\gamma(\gamma, \lambda) = \exp(-\sigma^2 \gamma) \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{1}{k!(i-k)!} (\sigma^2 \gamma)^{i-k} \left( \lambda \int_D \frac{|x|^{-\alpha} \gamma}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} dx \right)^k \exp(\lambda \int_D (\frac{1}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} - 1) dx) \quad (4.19)$$

À la limite d'une région  $D$  infinie, les intégrales dans (4.19) sont évaluées comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^2} ((1 + |x|^{-\alpha} \gamma)^{-1} - 1) dx &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} ((1 + r^{-\alpha} \gamma)^{-1} - 1) r d\theta dr \\ &= -2\pi \int_0^\infty \frac{r^{-\alpha+1}}{1 + r^{-\alpha} \gamma} dr \end{aligned} \quad (4.20)$$

Soit  $y = r^\alpha \gamma$ , l'expression précédente devient :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^2} ((1 + |x|^{-\alpha} \gamma)^{-1} - 1) dx &= -2\pi \frac{\gamma^{2/\alpha}}{\alpha} \int_0^\infty \frac{y^{1-2/\alpha}}{1 + y} dy \\ &= -2\pi \frac{\gamma^{2/\alpha}}{\alpha} \Gamma(2/\alpha) \Gamma(1 - 2/\alpha) \\ &= -\gamma^{2/\alpha} \Delta \end{aligned} \quad (4.21)$$

D'un autre côté on a :

$$\int_{\mathbb{R}^2} \frac{|x|^{-\alpha} \gamma}{1 + |x|^{-\alpha} \gamma} dx = - \int_{\mathbb{R}^2} ((1 + |x|^{-\alpha} \gamma)^{-1} - 1) dx \quad (4.22)$$

Finalement on obtient :

$$\begin{aligned} \bar{F}_\gamma(\gamma, \lambda) &= \exp(-\sigma^2 \gamma) \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{1}{k!(i-k)!} (\sigma^2 \gamma)^{i-k} (\gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta)^k \exp(-\gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta) \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\sigma^2 \gamma + \gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta)^i}{i!} \exp(-\gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta - \sigma^2 \gamma) \end{aligned} \quad (4.23)$$

□

### 4.3.1 Discussion du résultat

L'expression (4.11) de la probabilité de non disponibilité de lien a une forme simple. Les effets des différents paramètres sur les performances globales du réseau s'obtiennent facilement. De plus, cette expression présente clairement le compromis entre la diversité et la suppression de l'interférence.

#### Régime à haut niveau de bruit et à faible interférence

Dans le cas où le niveau de l'interférence est négligeable par rapport à celui du bruit, la probabilité de non disponibilité se simplifie à :

$$F_\gamma(\gamma) = 1 - \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\sigma^2 \gamma)^i}{i!} \exp(-\sigma^2 \gamma) \quad (4.24)$$

Comme attendu, l'équation (4.24) représente l'expression classique de la fonction de répartition de la distribution khi-carré. Cette dernière correspond à la distribution du SNR résultant de l'application de l'approche de combinaison à ratio maximal. Cette dernière est équivalente à la technique de combinaison optimale en absence de l'interférence.

#### Régime à bruit négligeable

Dans le cas de faible bruit, la probabilité de non disponibilité de lien devient :

$$F_\gamma(\gamma, \lambda) = 1 - \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta)^i}{i!} \exp(-\gamma^{2/\alpha} \lambda \Delta) \quad (4.25)$$

L'équation (4.25) correspond, à un facteur près, à la probabilité que la  $L^{\text{ième}}$  plus forte puissance reçue est inférieure au seuil  $\gamma$  [73]. Ceci n'est pas surprenant étant donnée les propriétés de l'interférence. En effet, comme établi dans le chapitre précédent, pour un exposant d'atténuation  $\alpha > 2$ , la distribution de l'interférence est subexponentielle. Soient  $|X_{(1)}|^{-\alpha} \gg |X_{(2)}|^{-\alpha} \gg |X_{(3)}|^{-\alpha} \gg \dots$  les puissances reçues triées par ordre décroissant. La matrice aléatoire  $(\mathbf{CPC}^T)^{-1}$  est d'ordre  $L$  avec probabilité 1. Les  $L$  valeurs propres de cette matrice peuvent être approchées par  $1/|X_{(i)}|^{-\alpha}$ ,  $i = 1 \dots L$  [96]. La valeur propre maximale est donc approximativement égale à  $1/|X_{(L)}|^{-\alpha}$ . Par conséquent, l'évènement de non disponibilité correspond approxima-

tivement à l'évènement  $|X_{(L)}| < \gamma^{1/\alpha}$ . En d'autres termes, pour réussir une communication, le  $L^{ième}$  plus fort interférent doit être en dehors du disque de rayon  $\gamma^{1/\alpha}$  ce qui est exprimé à un facteur près par l'équation (4.25).

### Comparaison avec des résultats asymptotiques

Dans [97], une étude asymptotique est élaborée pour l'analyse de performance du détecteur MMSE dans le contexte des réseaux ad hoc stochastiques. Cette étude se base sur les propriétés des matrices aléatoires de grande dimension. Elle aboutit à la relation suivante vérifiée par la moyenne du SINR :

$$\lambda \Delta d_r^{-2} E[SINR]^{2/\alpha} + \sigma^2 d_r^{-\alpha} E[SINR] \approx L \quad (4.26)$$

La relation précédente indique qu'à faible bruit la moyenne du SINR est de l'ordre de  $E[SINR] \approx \frac{L^{\alpha/2}}{\lambda^{\alpha/2} \Delta^{\alpha/2}} d_r^{-\alpha}$  et de l'ordre de  $E[SINR] \approx \frac{L}{\sigma^2} d_r^{-\alpha}$  à faible interférence. Ceci est en parfaite cohérence avec le lemme 4.3.1. En effet, à partir de la complémentaire de la fonction de répartition du SINR, un calcul immédiat donne que la moyenne du SINR pour les deux cas est respectivement égale à  $E[SINR] = \frac{\Gamma(L+\alpha/2)}{\lambda^{\alpha/2} \Delta^{\alpha/2} (L-1)!} d_r^{-\alpha}$  et à  $E[SINR] = \frac{L}{\sigma^2} d_r^{-\alpha}$ . Les deux résultats coïncident asymptotiquement (quand  $L$  tend vers l'infini).

## 4.4 Résultats numériques

Les simulations sont effectuées avec les paramètres suivants : l'exposant d'atténuation est  $\alpha = 3.5$ , le seuil du SINR est  $\beta = 3dB$  et la distance entre l'émetteur et le récepteur est  $d_r = 10m$ . La figure 4.1 montre les résultats analytiques et expérimentaux de la probabilité de non disponibilité en fonction de la densité des émetteurs et du nombre d'antennes réceptrices. Les simulations de Monte Carlo montrent que les courbes théoriques et expérimentales coïncident. La figure 4.2 présente une comparaison des performances des techniques de forçage à zéro, de combinaison à ratio maximal et de combinaison optimale. Clairement cette dernière surpasse les deux premières. Bien que l'approche MRC fournisse un gain de diversité, ceci s'avère insuffisant en présence de l'interférence. L'approche ZF tend de son côté de réduire l'effet de  $L - 1$  signaux interférents, sans tenir compte de leur puissances relatives vis à vis du signal d'intérêt. L'approche MMSE permet d'avoir le meilleur compromis

entre la diversité et la suppression de l'interférence. En effet, dans l'environnement d'intérêt il y a aussi bien des forts que des faibles signaux d'interférence. L'approche MMSE assure la distinction entre ces signaux.

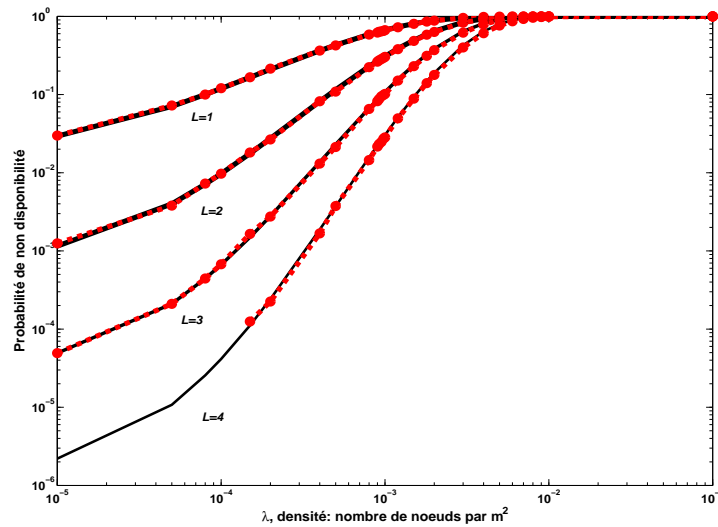


FIGURE 4.1 Probabilité de non disponibilité du récepteur MMSE : résultats de simulations (lignes pointillées) et théoriques (lignes continues) avec  $\sigma^2 = -5.7dB$

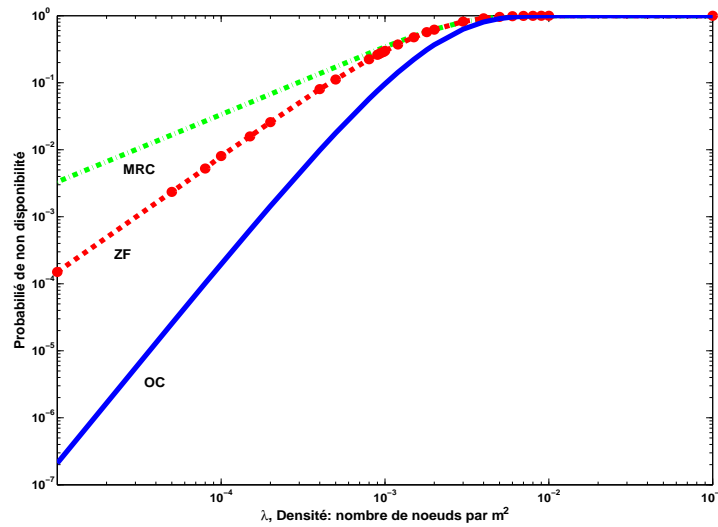


FIGURE 4.2 Probabilité de non disponibilité : Combinaison à ratio maximal, forçage à zéro et combinaison optimale avec  $L=3$  et  $\sigma^2 = 0$ .

En présence d'un nombre  $K$ ,  $K < L$ , de signaux de puissances comparables ou plus élevées que le signal d'intérêt, la technique MMSE utilise  $K$  antennes pour les annuler et procure un gain en diversité à travers les  $L - K$  degrés de liberté restantes [98]. La figure 4.3 illustre ce fonctionnement. En effet, sur cette figure sont tracées les courbes analytiques des SINR moyens à la sortie du récepteur MMSE en fonction du nombre d'antennes, respectivement en considérant uniquement l'interférence ou le bruit. À titre comparatif, les résultats de [97] sont représentés sur la même figure. La troisième courbe (ligne discontinue) présente le SINR moyen à la sortie des antennes en présence du bruit et de l'interférence obtenue par simulation.

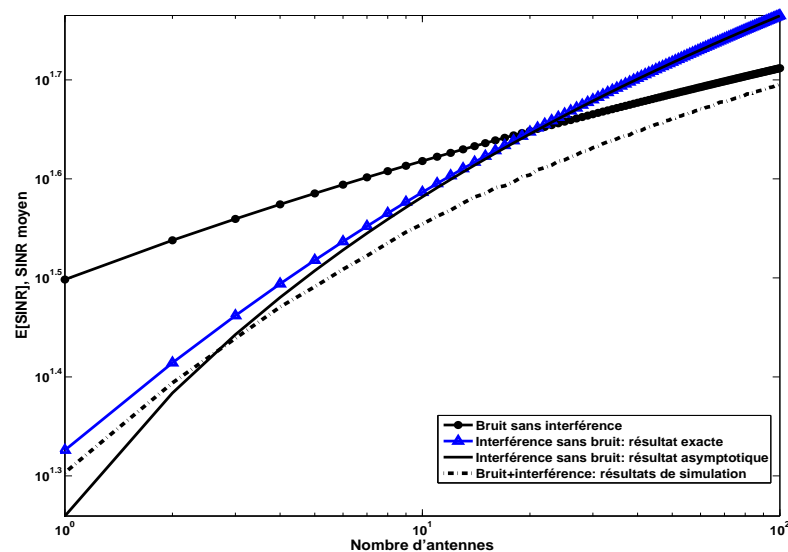


FIGURE 4.3 La moyenne du SINR en fonction du nombre d'antennes : Résultats exacts et asymptotiques.

Dans un milieu où le bruit est négligeable par rapport à l'interférence, les antennes sont utilisées essentiellement pour réduire cette dernière. Ceci se manifeste par la tendance de la courbe du SINR moyen qui prend la même tendance que celle de la courbe du SINR à interférence seulement. Au fur et à mesure que le nombre d'antennes augmente, la part de l'interférence dans le SINR moyen diminue et celle du bruit augmente. Quand l'interférence atteint un niveau comparable à celui du bruit, la courbe du SINR change de tendance et prend une allure semblable à celle de la courbe du bruit. Ce fait se traduit par la transition des antennes du mode d'annula-

tion de l'interférence au mode de diversité.

Dans [99] un indicateur de capacité des réseaux Ad Hoc est défini au moyen de la probabilité de non disponibilité. Cet indicateur, désigné par capacité de transmission, mesure la densité maximale d'émetteurs qui permet de garantir un seuil tolérable de non disponibilité. Si ce seuil est noté par  $\epsilon$ , la capacité de transmission vérifie  $\lambda_\epsilon = \arg \max_\lambda (P(SINR < \beta) < \epsilon)$ . La capacité de transmission dans le cas de l'approche MRC et ZF est respectivement de l'ordre de  $\frac{L^{2/\alpha}\epsilon}{\Delta\gamma^{2/\alpha}}$  et  $\frac{L^{1-2/\alpha}\epsilon}{\Delta\gamma^{2/\alpha}}$  [75, 76]. Un calcul immédiat à partir du résultat du lemme 4.3.1 indique que la capacité de transmission du MMSE est de l'ordre de  $\frac{(L!\epsilon)^{1/L}}{\Delta\gamma^{2/\alpha}}$ . La figure 4.4 présente la capacité de transmission obtenue par simulation pour les trois approches.

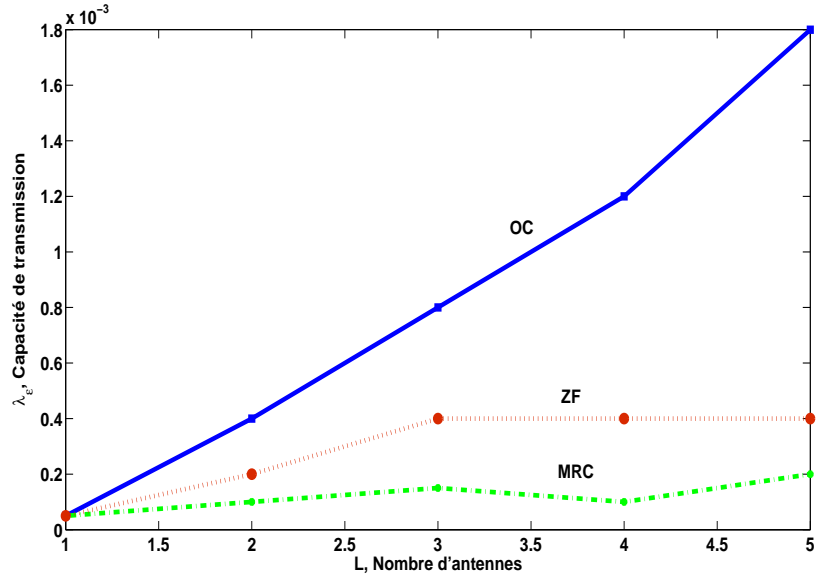


FIGURE 4.4 Densité de transmission maximale pour une contrainte sur la probabilité de non disponibilité  $\epsilon = 10^{-2}$ .

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté une analyse de l'apport de l'utilisation de systèmes d'antennes dans les réseaux ad hoc aléatoires. Précisément, l'approche de réception MMSE, qui fournit le compromis optimal entre l'annulation de l'interférence et la diversité, a été considérée. Cette analyse a aboutie à la dérivation exacte de la distribution



du SINR et a montré le gain significatif procurée par cette technique avec un petit nombre d'antennes.

Dans ce travail, les antennes multiples ont été considérées uniquement au niveau du récepteur. La justification de ce choix est comme suit. D'une part, l'application des techniques de transmission à antennes multiples avec connaissance du canal est coûteuse dans un réseau distribué. D'autre part, l'utilisation des antennes multiples à l'émission sans connaissance du canal a l'inconvénient d'amplifier l'interférence. Ainsi, dans un tel environnement, il est spectralement plus efficace d'utiliser une antenne à l'émission et plusieurs antennes à la réception [100].

Les analyses effectuées jusqu'à ici considère des communications directes (à un saut). Dans le chapitre suivant, les communications multi-saut sont considérées.

# Chapitre 5

## Impact du traitement de l'interférence sur la connectivité et les communications multi-saut

### 5.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents nous avons dérivé la probabilité de disponibilité de lien (ou des bornes sur celle-ci) à une distance arbitrairement fixée. Ce chapitre s'intéresse à l'étude de mesures de performance plus élaborées qui prennent en compte des scénarios et des stratégies de communication multi-sauts. Étant donné que les expressions de la probabilité de lien dérivées de la techniques de soustraction de l'interférence et du récepteur MMSE prennent la même forme les analyses seront présentées uniquement pour le cas du récepteur MMSE. Les conclusions qui seront établies pour ce dernier seront également valides pour le cas de l'approche de soustraction de l'interférence.

Dans la deuxième section, la probabilité d'un lien est traduite en des moyennes spatiales de performance, notamment du nombre moyen de liens qui peuvent être établis simultanément par période de temps et unité de surface et la densité de progrès. La densité de progrès mesure la distance moyenne traversée par l'ensemble des paquets transmis par période de temps et unité de surface. Ces indicateurs locaux de performance permettent de quantifier localement l'apport des techniques de traitement de l'interférence. Ces mesures sont désignées par le terme local étant donné que jusqu'à présent seuls les émetteurs interviennent dans leur dérivation. La troisième section consiste en une application directe de ces mesures pour l'analyse de la connectivité en fonction du nombre d'antennes.

La quatrième section établit des analyses de deux différents scénarios de communication dans les réseaux ad hoc multi-saut. Le premier scénario se base sur le principe de

l'exploitation de la diversité de la file d'attente de chaque nœud. Le deuxième scénario illustre le principe de communication et de routage opportuniste, où à chaque nœud est associé une destination particulière et la route vers cette destination est construite à la volée en fonction de l'état instantané du réseau.

## 5.2 Analyse de performance locale : densité de liens et de progrès

### 5.2.1 Définition de la densité de liens et de progrès

La section 2.4.2 a donné un exemple de relation qui peut être établie entre la probabilité de disponibilité de lien pour un émetteur typique et des mesures de performance plus élaborées. En effet, cet exemple concerne la relation entre la probabilité de lien et la moyenne spatiale du nombre de liens établis par unité de surface. Par la même approche, la moyenne spatiale de la distance parcourue par les paquets émis par période de temps peut être exprimée. Soient  $d_{succ}(\lambda^t, d_r, \beta)$  la densité de liens établis et  $d_{prog}(\lambda^t, d_r, \beta)$  la densité de progrès. Ces deux mesures sont exprimées comme suit [101] :

$$d_{succ}(\lambda^t, d_r, \beta, L) = \lambda^t P_S(\lambda^t, d_r, \beta, L) \quad (5.1)$$

$$d_{prog}(\lambda^t, d_r, \beta, L) = \lambda^t d_r P_S(\lambda^t, d_r, \beta, L) \quad (5.2)$$

où  $\lambda^t$  est la densité des émetteurs et  $P_S$  est la probabilité de disponibilité de lien.

### 5.2.2 Optimisation locale de la densité de liens et de progrès

La probabilité de disponibilité de lien est une fonction qui décroît avec la densité d'émetteurs  $\lambda^t$  et la distance de transmission  $d_r$ . Ceci implique de fortes dépendances et des compromis entre ces trois quantités. En effet, une faible densité d'émetteur  $\lambda^t$  engendre une probabilité de disponibilité élevée ou permet d'établir des communications de longues portées. Cependant, elle engendre une dégradation de la réutilisation spatiale en termes du nombre de transmissions simultanées. De même, une courte distance de transmission  $d_r$  améliore la probabilité de disponibilité ou permet une densité de transmission élevée. Toutefois, cela implique une faible densité de progrès et par conséquent un nombre élevé de sauts nécessaires pour acheminer les paquets

de leurs sources à leurs destinations. Ceci signifie que le nombre de communications effectives est faible réduisant ainsi l'efficacité spectrale. On peut penser à optimiser la densité de transmissions réussies et la densité de progrès suivant  $\lambda^t$  et  $d_r$ . En d'autres termes, on définit  $\lambda_{\max}^t$  et  $d_{r\max}$  comme suit :

$$\lambda_{\max}^t = \arg \max_{0 \leq \lambda^t < \infty} d_{succ}(\lambda^t, d_r, \beta, L). \quad (5.3)$$

$$d_{r\max} = \arg \max_{0 \leq d_r < \infty} d_{prog}(\lambda^t, d_r, \beta, L). \quad (5.4)$$

Par dérivation de  $d_{succ}(\lambda^t, d_r, \beta, L)$  et  $d_{prog}(\lambda^t, d_r, \beta, L)$  respectivement par rapport à  $\lambda^t$  et  $d_r$ , nous obtenons :

$$\lambda_{\max}^t = \frac{C_1(L)}{\Delta \beta^{2/\alpha} d_r^2} \quad (5.5)$$

$$d_{r\max} = \sqrt{\frac{C_2(L)}{\Delta \beta^{2/\alpha} \lambda^t}} \quad (5.6)$$

où  $\Delta = 2/\alpha \pi \Gamma(2/\alpha) \Gamma(1 - 2/\alpha)$ . Les paramètres  $C_1$  et  $C_2$  dépendent uniquement du nombre d'antennes  $L$ . Ils correspondent aux racines réelles positives de  $f_1$  et  $f_2$  respectivement, avec :

$$f_1(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{t^i}{i!} - \frac{t^L}{(L-1)!}.$$

$$f_2(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{t^i}{i!} - 2 \frac{t^L}{(L-1)!}.$$

Ainsi, la densité de liens et la densité de progrès correspondantes sont :

$$d_{succ}(\lambda_{\max}^t, d_r, \beta, L) = \frac{C_s(L)}{\Delta \beta^{2/\alpha} d_r^2} \quad (5.7)$$

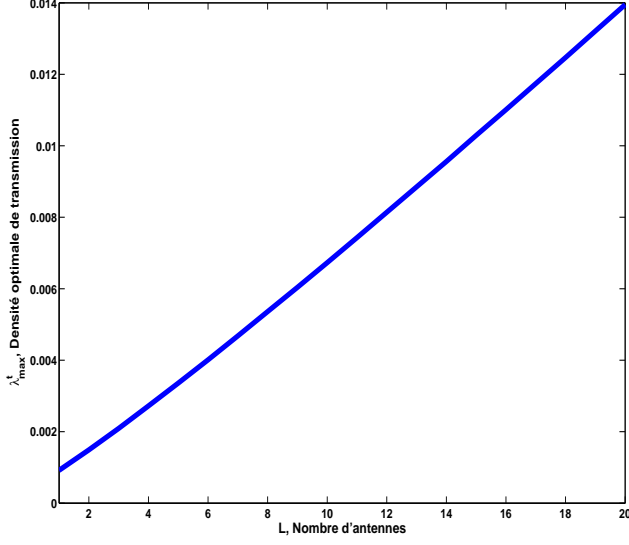
$$d_{prog}(\lambda^t, d_{r\max}, \beta, L) = \frac{C_p(L)}{\sqrt{\Delta \lambda^t} \beta^{1/\alpha}} \quad (5.8)$$

avec  $C_s(L) = \frac{C_1^{L+1}(L)}{(L-1)!} \exp(-C_1(L))$  et  $C_p(L) = 2 \frac{C_2^{L+1/2}(L)}{(L-1)!} \exp(-C_2(L))$ . Le tableau 5.1 présente les valeurs de ces deux paramètres ainsi que ceux de  $C_1(L)$  et  $C_2(L)$  pour un nombre d'antennes variant de 1 à 4. À partir de ces valeurs, on peut observer le gain que procure l'utilisation des antennes multiples à la réception. Par exemple, une antenne supplémentaire permet d'améliorer la densité de transmission

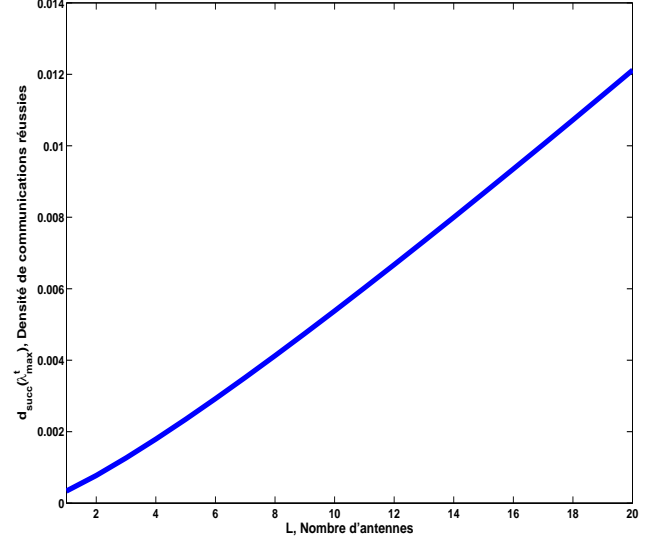
par un facteur de 1.6 et la densité de liens par un facteur de 2.28. Les figures 5.1 et 5.2 présentent schématiquement ces gains. Les expressions (5.7) et (5.8) illustrent le compromis entre le choix de la longueur d'un saut et le taux de transmissions simultanées. En effet, la densité de communications réussies (respectivement la densité de progrès) est inversement proportionnelle à la distance  $d_r$  (respectivement à la densité de transmission  $\lambda^t$ ). Une tentative d'optimiser  $d_{succ}(\lambda_{\max}^t, d_r, \beta, L)$  (respectivement  $d_{prog}(\lambda^t, d_{r\max}, \beta, L)$ ) par rapport à  $d_r$  (respectivement  $\lambda^t$ ) donne la solution  $d_r = 0$  (respectivement  $\lambda^t = 0$ ). Ces solutions ne sont pas acceptables puisqu'elles impliquent soit un progrès nul, soit une densité de transmission égale à 0. Ce résultat est également artificiel étant donné que la distance entre les paires émetteur-récepteur est supposée être une constante. Dans les sections suivantes, cette contrainte sera modifiée pour mettre en place des scénarios qui tiennent compte des positions des récepteurs potentiels.

L	1	2	3	4
$C_1$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	2.27	2.95
$C_s$	$\exp(-1)$	0.84	1.37	1.95
$C_2$	1/2	1	1.56	2.15
$C_p$	0.43	0.73	1	1.21

TABLEAU 5.1 Valeurs numériques des gains procurés par la technique MMSE

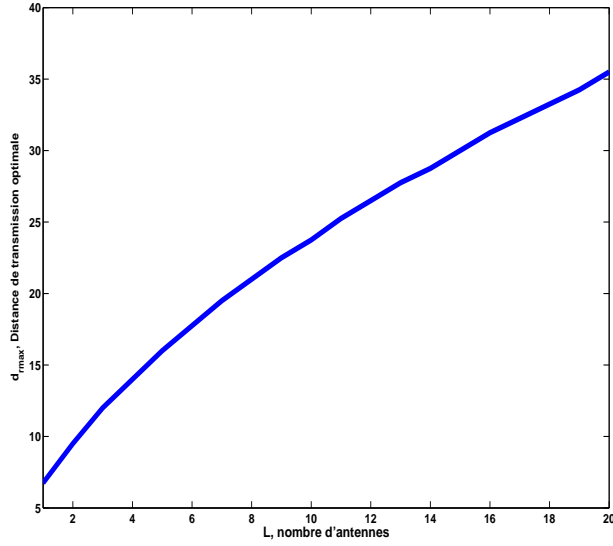


(a)

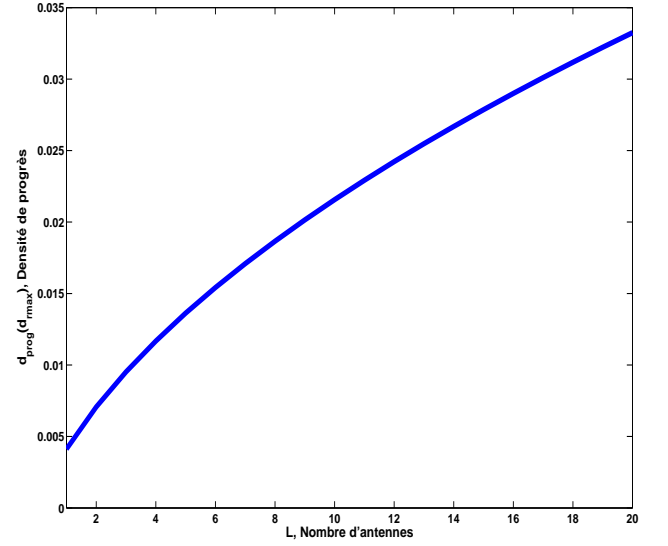


(b)

FIGURE 5.1 (a) Densité de transmission optimale et (b) densité de communications réussies en fonction du nombre d'antennes avec  $\beta = 3dB$ ,  $\alpha = 3$  et  $d_r = 10m$ .



(a)



(b)

FIGURE 5.2 (a) Distance de transmission optimale et (b) Densité de progrès en fonction du nombre d'antennes avec  $\beta = 3dB$ ,  $\alpha = 3$  et  $\lambda^t = 10^{-3}$ .

### 5.3 Impact de la réduction de l'interférence sur la connectivité

Les analyses développées précédemment supposent que la distance entre les paires émetteur-récepteur est fixée arbitrairement. Par la suite, cette contrainte est relaxée en incluant des modèles de récepteurs plus représentatifs d'un réseau ad hoc. En effet, le modèle de base représente le réseau par un processus ponctuel de Poisson  $\Phi_m$ . À chaque période de temps, un nœud se place en émission avec une probabilité  $p$  et en réception avec une probabilité  $1 - p$ . Il est utile de rappeler que ceci implique, par propriété d'amincissement d'un processus de Poisson, que les ensembles des émetteurs et des récepteurs forment deux processus de Poisson indépendants  $\Phi_m^t$  et  $\Phi_m^r$  de densités respectives  $\lambda^t = \lambda p$  et  $\lambda^r = \lambda(1 - p)$ . Le scénario considéré dans cette section suppose qu'à chaque période de temps, un émetteur vise tous les nœuds en état de réception. Ce scénario possède plusieurs interprétations pratiques. Deux exemples immédiats suivent. Le premier correspond à un trafic multicast. Dans ce cas, l'information transmise par chaque nœud a comme destination tous les autres nœuds présents dans le réseau. Le deuxième exemple considère que les émetteurs forment un réseau de capteurs. Les récepteurs sont les stations chargées de collecter l'information fournie par ces capteurs. Ainsi, on peut définir la connectivité d'un nœud comme étant la moyenne du nombre de récepteurs qu'un nœud peut atteindre par période de temps. Également, la probabilité d'isolement d'un émetteur correspond à l'événement que ce nœud ne peut établir une communication avec aucun des nœuds en état de réception.

Formellement, on définit le graphe orienté de connectivité  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  comme suit : L'ensemble des sommets  $\mathcal{V}$  est constitué par l'ensemble des nœuds présents dans le réseau. Une arête  $e \in \mathcal{E}$  existe entre un nœud  $X_i$  et un nœud  $X_j$  si  $X_i$  est un émetteur,  $X_j$  est un récepteur et  $SINR_i^j > \beta$ . L'ensemble des arêtes sortantes d'un émetteur  $X_i$  représente les récepteurs possibles pour ce nœud (l'ensemble des nœuds en état de réception capables de capturer le signal émis par ce nœud). De même, l'ensemble des arêtes entrantes d'un nœud  $X_i$  est constitué par l'ensemble des émetteurs possibles de celui-ci. Ainsi, on définit les ensembles aléatoires suivants :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_i^{out} &= \{X_j \in \Phi_m^r : (X_i, X_j) \in \mathcal{E}\}, X_i \in \Phi_m^t \\ \mathcal{D}_i^{in} &= \{X_j \in \Phi_m^t : (X_j, X_i) \in \mathcal{E}\}, X_i \in \Phi_m^r \end{aligned} \quad (5.9)$$

Le nombre  $D_i^{out} = \text{card}(\mathcal{D}_i^{out})$  d'un émetteur  $X_i$  est désigné par le degré sortant de  $X_i$ . Le degré sortant d'un émetteur est le nombre de nœuds qui peuvent recevoir le paquet transmis par ce nœud. De même le degré entrant d'un récepteur  $X_i$ ,  $D_i^{in} = \text{card}(\mathcal{D}_i^{in})$  est le nombre d'émetteurs dont les signaux sont capturés par  $X_i$ .

**Lemme 5.3.1.** *le degré sortant moyen d'un émetteur et le degré entrant moyen d'un récepteur sont respectivement égaux à :*

$$\begin{aligned} d^{out} = E[D_i^{out}] &= \frac{\lambda^r}{\lambda^t} \frac{\pi L}{\beta^{2/\alpha} \Delta} \\ d^{in} = E[D_i^{in}] &= \frac{\pi L}{\beta^{2/\alpha} \Delta} \end{aligned} \quad (5.10)$$

*Démonstration.* Soit un émetteur typique  $o$  placé à l'origine. On a :

$$E[D_o^{out}] = E \left[ \sum_{X_j \in \Phi_m^r} \mathbf{1}_{(SINR_o^j > \beta)} \right] \quad (5.11)$$

En appliquant le théorème de Campbell-Mecke, l'expression (5.11) devient :

$$\begin{aligned} E[D_o^{out}] &= \int_{\mathbb{R}^2} P_S(\lambda^t, |x|^2, \beta) \lambda^r dx \\ &= 2\pi \lambda^r \int_0^\infty P_S(\lambda^t, r^2, \beta) r dr \\ &= 2\pi \lambda^r \int_0^\infty \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta r^2)^i}{i!} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta r^2) r dr \\ &= \frac{\lambda^r}{\lambda^t} \frac{\pi L}{\beta^{2/\alpha} \Delta} \end{aligned}$$

On procède de la même manière pour la dérivation de  $E[D_o^{in}]$ . En effet, on considère un récepteur typique  $o$  placé à l'origine et on a :

$$\begin{aligned} E[D_o^{in}] &= E \left[ \sum_{X_j \in \Phi_m^t} \mathbf{1}_{(SINR_j^o > \beta)} \right] \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} P_S(\lambda^t, |x|^2, \beta) \lambda^t dx \end{aligned}$$

□



**Corollaire 5.3.2.** *Le degré d'un nœud, entrant ou sortant est :*

$$d = \frac{(1-p)\pi L}{\beta^{2/\alpha} C} \quad (5.12)$$

Le résultat s'obtient du fait que  $d^{out}$  (respectivement  $d^{in}$ ) est le nombre moyen d'arêtes dont la source (respectivement la destination) est un émetteur (respectivement un récepteur). Sachant que la probabilité d'émission est  $p$  et celle de réception est  $1-p$ , la moyenne spatiale du nombre d'arêtes entrantes ou sortantes par nœud est  $d = (1-p)d^{in} = pd^{out}$ . Cette quantité représente donc le nombre de communications reçues ou acheminées par nœud par période de temps. Le résultat du corollaire 5.3.2 indique que cette quantité croît linéairement en fonction du nombre d'antennes réceptrices. Le degré moyen sortant d'un nœud permet de dériver une borne inférieure sur la probabilité d'isolement d'un nœud, ce qui nous établissons dans le lemme suivant :

**Lemme 5.3.3.** *La probabilité d'isolement d'un émetteur est :*

$$P_i(\lambda^t, \lambda^r, \beta) \geq \exp(-d^{out}) \quad (5.13)$$

*Démonstration.* La démonstration du lemme 5.3.3 est inspirée de [102] où les auteurs ont étudié la connectivité des réseaux hybrides avec le récepteur conventionnel. Soit un émetteur typique  $o$  placé à l'origine, la probabilité d'isolement d'un émetteur correspond à l'événement qu'il ne peut communiquer avec aucun des récepteurs. En d'autres mots, pour tout  $X_j \in \Phi_m^r$ ,  $\mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_j^{in})} = 0$  ou similairement  $1 - \mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_j^{in})} = 1$ . Ainsi, l'événement d'isolement correspond à :

$$\{o \text{ est isolé}\} = \left\{ \prod_{X_j \in \Phi_m^r} (1 - \mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_j^{in})}) = 1 \right\} \quad (5.14)$$

Ainsi la probabilité d'isolement s'exprime :

$$\begin{aligned} P_i(\lambda^t, \lambda^r, \beta) &= E \left[ \prod_{X_j \in \Phi_m^r} (1 - \mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_j^{in})}) \right] \\ &= E_{\Phi_m^t} \left[ E_{\Phi_m^r} \left[ \prod_{X_j \in \Phi_m^r} (1 - \mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_j^{in})}) \right] \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

La deuxième moyenne de l'expression précédente a la forme d'une fonctionnelle génératrice des moments. Sachant que pour un processus ponctuel de Poisson la fonctionnelle génératrice des moments  $\Psi(f) = E_\Phi[\prod_{x \in \Phi} f(x)]$  est égale à  $\exp(-\lambda \int (1 - f(x))dx)$  [103], la probabilité d'isolement devient :

$$P_i(\lambda^t, \lambda^r, \beta) = E_{\Phi_m^t} \left[ \exp \left( -\lambda^r \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_x^{in})} dx \right) \right] \quad (5.16)$$

Finalement, il suffit d'appliquer l'inégalité de Jensen (pour toute fonction convexe  $f$ ,  $E[f(x)] \geq f(E[x])$ ) pour aboutir à :

$$\begin{aligned} P_i(\lambda^t, \lambda^r, \beta) &\geq \exp \left( -\lambda^r \int_{\mathbb{R}^2} E_{\Phi_m^t} [\mathbf{1}_{(o \in \mathcal{D}_x^{in})}] dx \right) \\ &\geq \exp \left( -\lambda^r \int_{\mathbb{R}^2} P_S(\lambda^t, |x|^2, \beta) dx \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

d'où l'expression (5.13).  $\square$

La figure 5.3 présente les résultats analytiques et expérimentaux sur la probabilité d'isolement, avec un SIR requis  $\beta = 1$  et un exposant d'atténuation  $\alpha = 3$ , en fonction du rapport de la densité de transmission et de réception. Bien que le résultat analytique soit une borne inférieure, on peut observer que ce n'est pas toujours le cas. Ceci est dû au fait que l'analyse considère tout l'espace tandis que les simulations sont effectuées sur une région finie. Le fait que la courbe expérimentale soit au dessous de la courbe analytique est un résultat de l'effet de bord. Ceci indique que la borne inférieure est très proche des valeurs exactes. Sur la figure on peut observer l'effet du nombre d'antennes sur la réduction de la probabilité d'isolement.

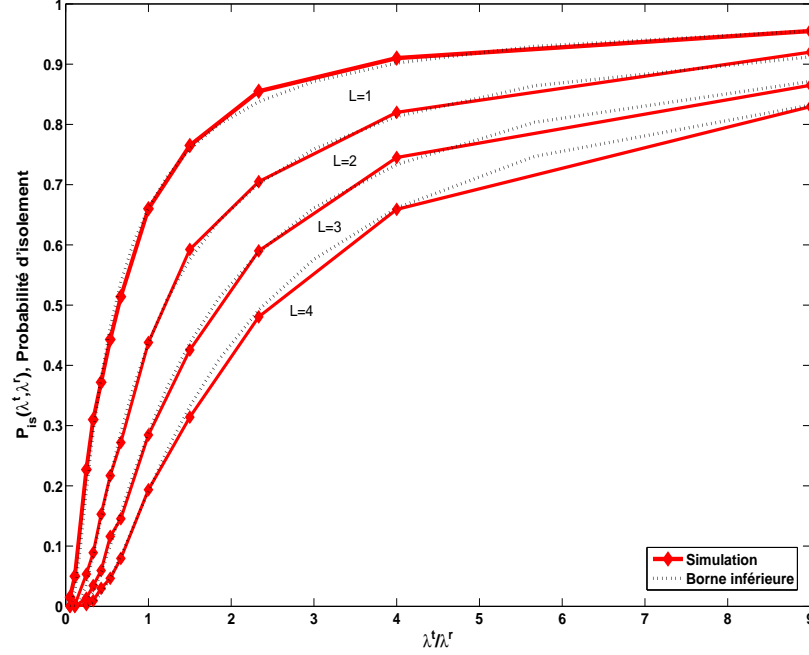


FIGURE 5.3 Probabilité d'isolement : résultats analytiques et expérimentaux,  $\beta = 1$  et  $\alpha = 3$ .

## 5.4 Analyse du potentiel des communications opportunistes

Dans la section précédente on a considéré qu'à chaque période de temps, un paquet émis a pour destination tous les nœuds du réseau. Dans cette section, on considère qu'un émetteur fait un choix parmi les nœuds en état de réception. Ainsi, des hypothèses supplémentaires concernant ce choix doivent être précisées. Les protocoles de communication classiques précisent à l'avance le chemin que doit suivre chaque paquet d'information de sa source jusqu'à sa destination et ce en fonction d'une liste de nœuds. Cette approche est utile dans le cas où les liens sont déterministes. La route optimale peut donc être identifiée à l'avance. Ainsi, cette approche trouve toute sa justification dans le contexte des communications filaires. Les communications sans fil diffèrent des communications filaires au moins sur deux aspects essentiels, à savoir

la nature de diffusion des canaux sans fil et l'aspect non déterministe des liens. Par conséquent, un émetteur ne peut pas déterminer à l'avance qui peut recevoir correctement ses données. Le principe des communications opportunistes est d'agir en conséquence de l'état instantané du réseau au moment même de la transmission, et ce, suivant la qualité des canaux (niveau d'interférence et évanouissements à petite et à grande échelle) ; en d'autres termes, saisir les meilleures opportunités au fur et à mesure. Dans la suite, l'étude analytique de deux stratégies de communications appartenant à cette famille d'approches est proposée. Ces stratégies se basent sur différentes hypothèses. La première stratégie est définie dans [104] et désignée par le terme *routing à portée maximale (Longest Edge Routing LER)*. La deuxième stratégie se base sur le principe de construction de la route d'une source vers une destination à la volée en maximisant à chaque étape la distance parcourue dans la direction de la destination. Cette stratégie est initiée par [105] et désignée par *routing MFR (Maximum Forward Routing)*. Plusieurs variantes existent du côté implémentation telles que le protocole EXOR (Extremely Opportunistic Routing) [106] et le protocole de routage opportuniste spatio-temporel de [107].

### 5.4.1 Analyse du routage à portée maximale

Le modèle de communication considéré dans cette section se base sur le principe de l'exploitation de la diversité de la file d'attente. En effet, chaque nœud du réseau est supposé disposer d'une file d'attente contenant des paquets de données à transmettre pour chaque nœud présent dans le réseau. Ainsi, à chaque période de temps, un émetteur choisit d'abord stratégiquement un récepteur et tente de lui acheminer un paquet parmi ceux qui lui sont destinés. Précisément, un émetteur commence par identifier l'ensemble des nœuds en état de réception. Il sélectionne ensuite un récepteur. Une première stratégie simple de sélection consiste à choisir le plus proche nœud parmi ceux en état de réception (Nearest Receiver, NR). La justification intuitive de cette procédure est qu'une courte distance de transmission permet d'avoir de bonne chance de réussir la communication. Une deuxième stratégie, plus élaborée, consiste à sélectionner le récepteur le plus éloigné parmi l'ensemble des récepteurs qui vérifient la qualité de service requise (exprimée en termes du seuil SINR). L'objectif est alors de maximiser la distance effective traversée par chaque transmission. La figure 5.4 illustre la procédure de sélection pour les deux stratégies décrites. En effet,

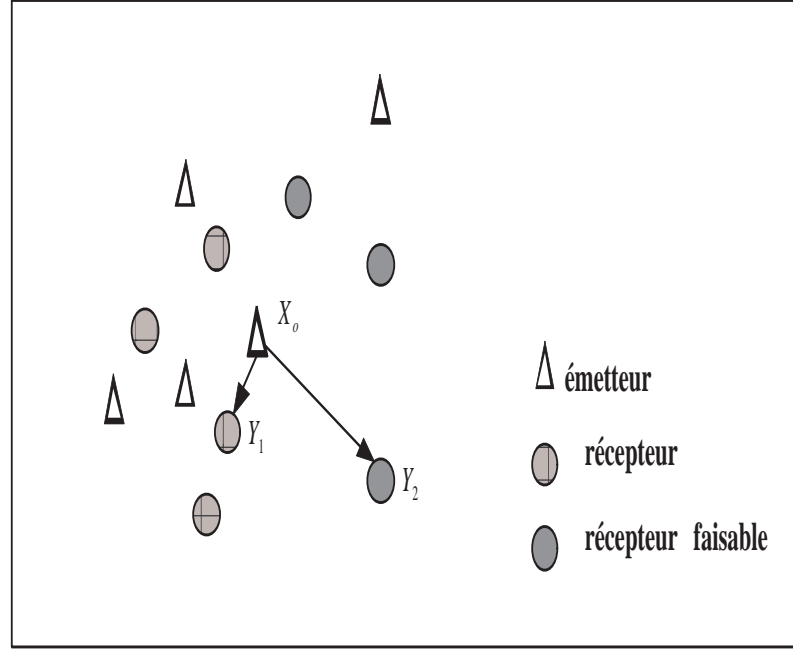


FIGURE 5.4 Illustration des scénarios NR et RLM.

en appliquant la stratégie NR, le nœud émetteur  $X_o$  transmet au récepteur  $Y_1$  qui lui est le plus proche. Par contre, en appliquant la stratégie LER, la communication s'établit avec le récepteur  $Y_2$  puisque celui-ci conduit au progrès le plus élevé dans la période de temps considérée. Évidemment, la stratégie LER fournit le maximum de progrès. Néanmoins, son implémentation pratique est beaucoup plus complexe. Ce point sera discuté à la section 5.4.3.

On considère un émetteur typique  $o$  placé à l'origine. Soient  $Y_{NR}^*$  le nœud en état de réception qui est le plus proche de  $o$  et  $Y_{LER}^*$  le récepteur le plus loin parmi ceux qui vérifient la contrainte sur la qualité de service. Formellement, ces deux récepteurs vérifient :

$$\begin{aligned} Y_{NR}^* &= \arg \min_{Y_i \in \Phi_m^r} |Y_i| \\ Y_{LER}^* &= \arg \max_{Y_i \in \mathcal{D}_o^{out}} |Y_i| \end{aligned} \quad (5.18)$$

Soit  $prog_{NR}(\lambda, p)$  et  $prog_{LER}(\lambda, p)$  les distances moyennes parcourues par paquet en appliquant respectivement les approches NR et LER. Nous établissons les deux lemmes suivants :

**Lemme 5.4.1.** *Si l'émetteur sélectionne le récepteur le plus proche, la distance moyenne parcourue par paquet est :*

$$prog_{NR}(\lambda, p) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\pi(1-p)(p\beta^{2/\alpha}\Delta)^i \Gamma(i+3/2)}{i! \sqrt{\lambda} ((1-p)\pi + p\beta^{2/\alpha}\Delta)^{i+3/2}} \quad (5.19)$$

**Lemme 5.4.2.** *Si l'émetteur sélectionne le récepteur réalisable le plus éloigné, la distance moyenne parcourue par paquet vérifie :*

$$prog_{LER}(\lambda, p) \leq \frac{1}{\beta^{1/\alpha} \sqrt{\lambda p \Delta}} H_1(p, L, \beta) \quad (5.20)$$

avec  $H_1$  une fonction indépendante de  $\lambda$  et exprimée par :

$$H_1(p, L, \beta) = \int_0^\infty 1 - \exp\left(-\frac{1-p}{p} \frac{\pi}{\beta^{2/\alpha} \Delta} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(L-i)y^{2i}}{i!} \exp(-y^2)\right) dy \quad (5.21)$$

*Démonstration du lemme 5.4.1.* La démonstration du lemme 5.4.1 est relativement simple. En effet il suffit de voir que la distribution de la distance au récepteur le plus proche de l'émetteur typique vérifie :

$$\begin{aligned} P(|Y_{NR}^*| > r) &= P(D(o, r) = 0) \\ &= \exp(-\lambda^r \pi r^2) \end{aligned}$$

où  $D(o, r)$  est un disque de centre l'origine et de rayon  $r$ . Ainsi le progrès moyen s'exprime par :

$$prog_{NR}(\lambda, p) = \int_0^\infty r P(|Y_{NR}^*| = r) P_S(\lambda^t, r, \beta) dr \quad (5.22)$$

Le développement de l'intégrale dans (5.22) conduit au résultat du lemme 5.4.1.  $\square$

*Démonstration du lemme 5.4.2.* Afin de déterminer la distribution de la distance entre l'émetteur typique et son plus loin récepteur réalisable, on considère l'événement  $|Y_{LER}^*| \leq r$ . Cet événement est équivalent à ce qui suit : Tous les nœuds qui peuvent recevoir correctement le signal de l'émetteur typique sont situés à l'intérieur du disque

$D(o, r)$ . Plus formellement,  $\forall Y_i \in \mathcal{D}_o^{out}, Y_i \in D(o, r)$ . Par conséquent, on a :

$$\mathbf{1}_{(|Y_{LER}^*| \leq r)} = \prod_{Y_i \in \Phi_m^r} (1 - \mathbf{1}_{(SINR_o^i > \beta)} \mathbf{1}_{(Y_i \notin D(o, r))}) \quad (5.23)$$

En suivant la même démarche appliquée pour la démonstration du lemme 5.3.3 on obtient :

$$P(|Y_{LER}^*| \leq r) \geq \exp \left( -\lambda^r \int_{\mathbb{R}^2} P_s(\lambda^t, |x|^2, \beta) \mathbf{1}_{(x \notin D(o, r))} dx \right) \quad (5.24)$$

L'intégrale dans l'expression précédente a pour solution :

$$\int_{\mathbb{R}^2} P_s(\lambda^t, |x|^2, \beta) \mathbf{1}_{(x \notin D(o, r))} dx = 2\pi \int_r^\infty \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta a^2)^i}{i!} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta a^2) da \quad (5.25)$$

Soit  $In_i = \int_r^\infty \frac{(\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta a^2)^i}{i!} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta a^2) da$ . Le terme  $In_i$  s'exprime en fonction de  $In_{i-1}$  comme suit :

$$In_i = \frac{(\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta)^{i-1} r^{2i}}{2i!} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta r^2) + In_{i-1} \quad (5.26)$$

Sachant que  $In_0 = \frac{1}{2\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta r^2)$  et utilisant la relation (5.26) pour l'évaluation de (5.25), on obtient :

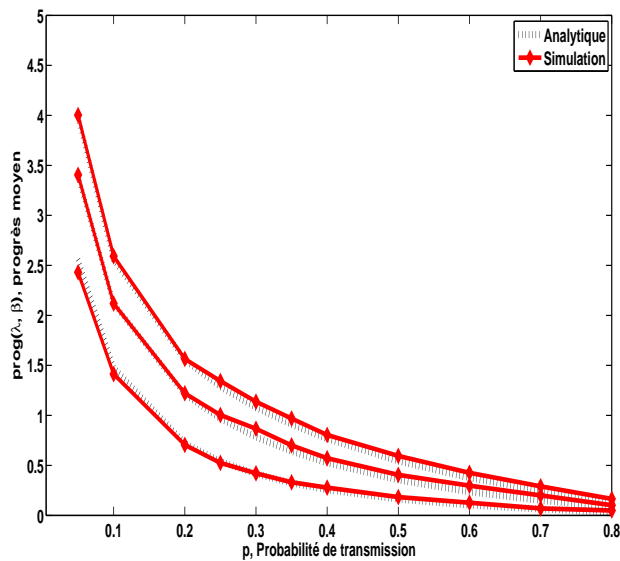
$$P(|Y_{LER}^*| \leq r) \geq \exp \left( -\lambda^r \pi \sum_{i=0}^{L-1} \frac{(L-i)(\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta)^{i-1} r^{2i}}{i!} \exp(-\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta r^2) \right) \quad (5.27)$$

La moyenne sur le progrès est simplement  $prog_{LER}(\lambda, p) = \int_0^\infty P(|Y_{LER}^*| \geq r) dr$ , ce qui donne le résultat du lemme 5.4.2.  $\square$

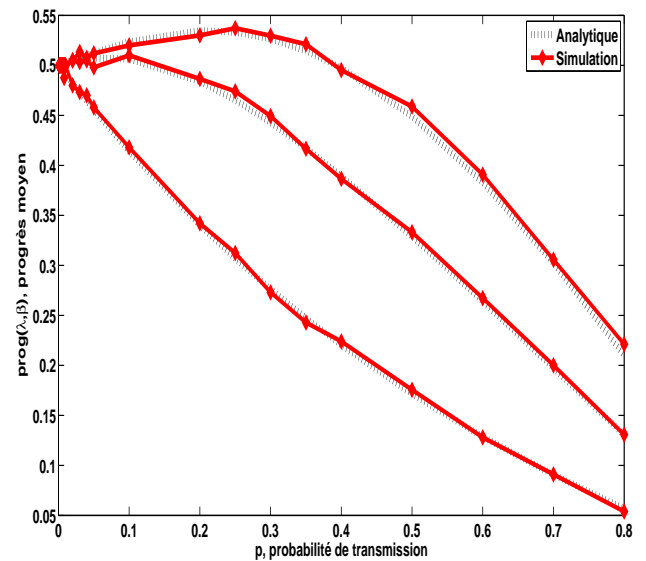
Les lemmes 5.4.1 et 5.4.2 montrent que le progrès moyen, dans les deux cas considérés, est inversement proportionnel à la racine carré de la densité de noeuds. Ce fait découle de la propriété de l'invariance du SIR par dilatation. On entend par dilatation la transformation de tout point  $X_i$  du processus au point  $\tau X_i$ , où  $\tau$  est une constante. Ainsi, on peut ramener l'étude d'un processus de densité  $\lambda$  à un processus de densité 1 en prenant  $\tau$  égal à  $\sqrt{\lambda}$  [108]. La transformation inverse ( $\tau = 1/\sqrt{\lambda}$ ) permet de retirer les conclusions sur le processus initial.

Les figures 5.5(a) et 5.5(b) présentent les résultats de simulations et d'analyse du progrès moyen respectivement pour les stratégies LER et NR avec différents nombres

d'antennes réceptrices (de 1 à 3 antennes). Dans les deux cas, l'utilisation d'antennes multiples permet d'améliorer le progrès moyen. Le progrès moyen pour l'approche LER décroît rapidement avec la probabilité de transmission. Ceci s'explique par le fait que l'augmentation de la probabilité de transmission induit une augmentation du niveau de l'interférence et donc des liens de plus en plus courts. Par contre, le progrès moyen pour l'approche NR est moins sensible à la probabilité de transmission, voir même il augmente pour certaines valeurs de  $p$ . En effet, pour des valeurs faibles de  $p$ , la densité de nœuds en état de réception est élevée. La distance au plus proche récepteur est donc également faible, ce qui induit une probabilité de disponibilité de lien élevée avec ce dernier. Lorsque  $p$  augmente, d'une part la distance au plus proche récepteur croît et d'autre part la probabilité d'un lien décroît. Ces deux phénomènes peuvent se compenser, induisant ainsi une augmentation, particulièrement avec l'utilisation d'antennes multiples, ou une diminution relativement légère du progrès moyen.



(a)



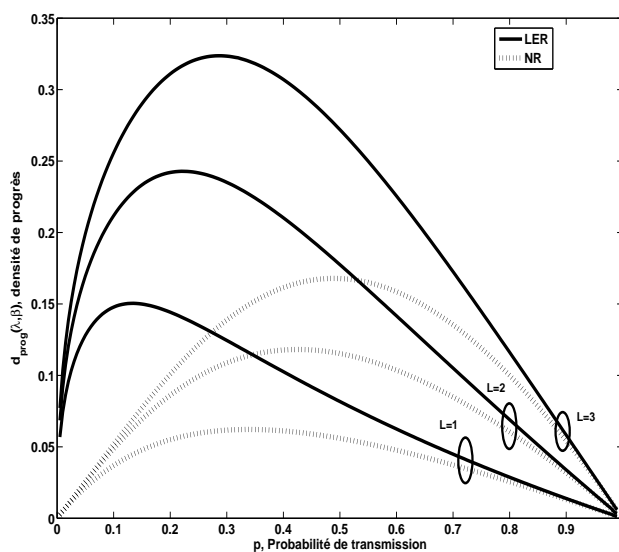
(b)

FIGURE 5.5 Progrès moyen en fonction de la probabilité de transmission avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 3$  et  $\lambda = 1$  avec un nombre d'antennes variant de 1 à 3. (a) LER (b) NR.

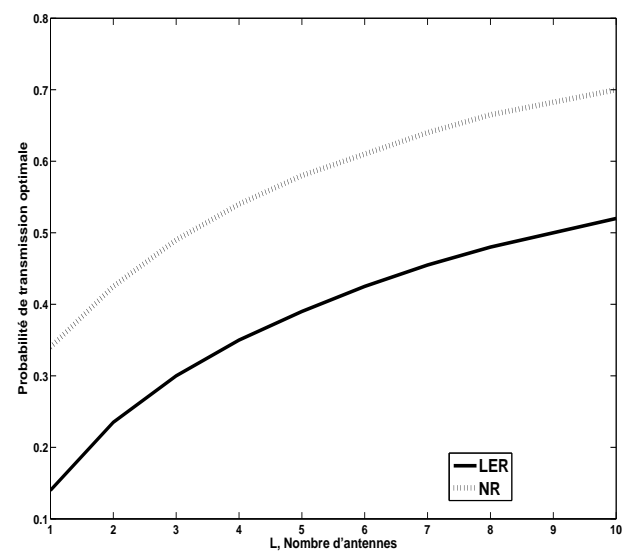
La figure 5.6(a) représente la densité de progrès, c'est à dire la distance moyenne parcourue par l'ensemble de paquets transmis par période de temps et par unité de



surface, en fonction de la probabilité de transmission. Ces résultats montrent clairement que l'approche LER est beaucoup plus performante que celle du NR. La courbe de la première approche est plus étroite que celle de la deuxième étant donnée sa plus haute sensibilité au choix du paramètre  $p$ . La figure 5.6(b) montre la valeur de la probabilité de transmission optimale, au sens de la maximisation de la densité de progrès, des deux approches en fonction du nombre d'antennes. Bien que la probabilité de transmission optimale obtenue pour l'approche NR soit plus élevée que celle obtenue pour l'approche LER, cette dernière offre une efficacité plus élevée car elle procure un progrès plus important avec moins de tentatives de transmissions.



(a)



(b)

FIGURE 5.6 (a) Densité de progrès en fonction de la probabilité de transmission (b) Probabilité de transmission optimale en fonction du nombre d'antennes avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 3$  et  $\lambda = 1$ .

### 5.4.2 Analyse du routage MFR

Dans la section précédente, on a considéré qu'un émetteur procède d'abord à la sélection d'un récepteur et ensuite du paquet à transmettre. Ce scénario est justifié si tous les paquets ont le même niveau de priorité. Dans le cas où la file d'attente

est ordonnée, l'émetteur doit procéder avec le paquet à la tête de sa file d'attente. Précisément, il doit acheminer un paquet en particulier à sa destination prédéterminée. La définition du progrès de transmission, dans ce cas, doit prendre en considération la direction de la destination finale du paquet traité. Ainsi, contrairement à l'approche LER, la distance parcourue par un paquet est définie comme étant la distance effectuée dans une direction particulière. La figure 5.7 illustre ce scénario. En effet,

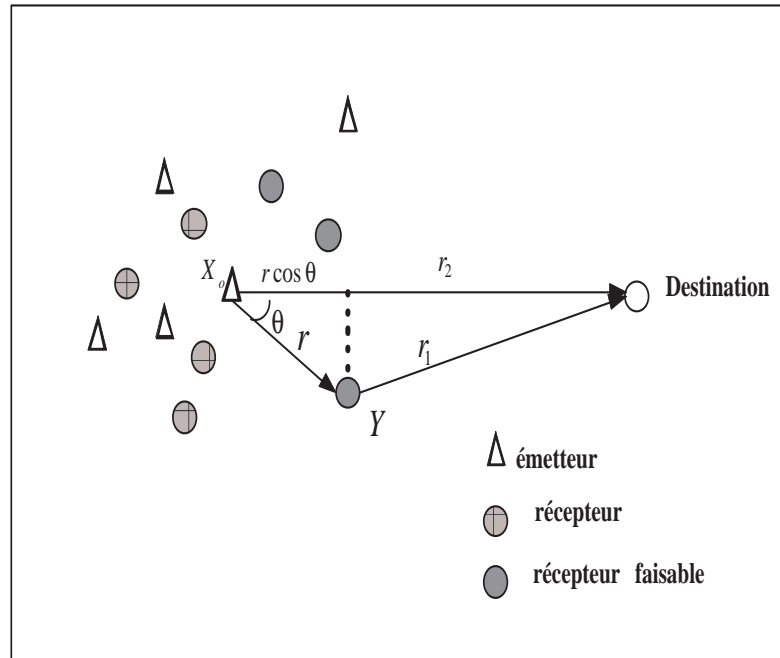


FIGURE 5.7 Progrès effectif suivant la direction de la destination

l'émetteur à l'origine possède un paquet à acheminer à une destination, supposée située sur l'axe horizontal. Lorsque le lien entre l'émetteur et le nœud  $Y$ , qui est en état de réception, est bon (dans le sens où il vérifie la contrainte sur le SINR requis), ce dernier offre un progrès égal à  $r_2 - r_1$ . Le progrès peut être approché par  $z = r \cos \theta$ . D'une façon similaire à la section précédente, deux stratégies peuvent être définies. La première consiste à sélectionner le récepteur qui offre le maximum de progrès. La deuxième est de considérer le récepteur le plus proche. Dans ce dernier cas, pour offrir un progrès positif, le récepteur choisi doit être dans la direction de la destination. On peut considérer que la recherche s'effectue sur les nœuds dans un cône ayant un angle

prédéfini  $\rho \leq \pi$ . Ainsi, les récepteurs associés à ces deux stratégies vérifient :

$$Y_{MFR}^* = \arg \max_{Y_i \in \mathcal{D}_o^{out}} r_i \cos \theta_i \quad (5.28)$$

$$Y_{NR\rho}^* = \arg \min_{|\theta_i| < \rho/2, Y_i \in \Phi_m^r} r_i \quad (5.29)$$

**Lemme 5.4.3.** *Le progrès moyen obtenu par la sélection du nœud récepteur le plus proche dans un cône d'angle  $\rho$  est :*

$$prog_{NR\rho}(\lambda, p) = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{\sin(\rho/2) \Gamma(i + 3/2)}{i!} \frac{(\beta^{2/\alpha} \Delta)^i p^i (1-p)}{\sqrt{\lambda} ((1-p)\rho/2 + \beta^{2/\alpha} \Delta p)^{i+3/2}} \quad (5.30)$$

*Démonstration.* Pour la démonstration du lemme 5.4.3, il suffit de voir que la distribution de la distance du voisin le plus proche dans un cône est  $P(|Y_{NR\rho}^*| > r) = \exp(-\lambda^r \rho/2r^2)$  et que l'angle  $\theta$  est uniformément distribué dans  $[-\rho/2, \rho/2]$ . Ainsi, le progrès moyen s'obtient comme suit :

$$\begin{aligned} prog_{NR\rho}(\lambda, p) &= \int_{-\rho/2}^{\rho/2} \int_0^\infty r \cos(\theta) P(\theta) P(|Y_{NR\rho}^*| = r) P_S(\lambda^t, r, \beta) dr d\theta \\ &= 2\lambda^r \sin(\rho/2) \int_0^\infty r^2 \exp(-\lambda^r \rho/2r^2) P_S(\lambda^t, r, \beta) dr \end{aligned} \quad (5.31)$$

L'évaluation de l'intégrale dans (5.31) conduit au résultat du lemme 5.30.  $\square$

L'étude du progrès maximal effectué dans la direction de la destination finale a été précédemment examinée notamment dans [105, 109, 110] pour le modèle Booléen et dans [111] pour le modèle physique (à seuil SINR). Cependant, ces travaux considèrent plutôt une approximation de cette quantité qui est jugée complexe à analyser. En effet, la simplification consiste à remplacer la sélection du récepteur optimal par :

$$\tilde{Y}_{MFR}^* = \arg \max_{Y_i \in \Phi_m^r} P_S(\lambda, r_i, \beta) r_i \cos \theta_i \quad (5.32)$$

La différence entre les expressions (5.32) et (5.28) est que l'événement  $Y_i \in \mathcal{D}_o^{out}$  utilisé dans (5.28) est substitué par la probabilité de cet événement. Il a été démontré dans [111] que le progrès moyen obtenu en sélectionnant le récepteur potentiel suivant (5.32) est inférieur à celui obtenu en considérant la sélection suivant (5.28). Dans [111], le lemme suivant est proposé :

**Lemme 5.4.4.** *La borne inférieure sur le progrès maximal selon [111] est :*

$$\begin{aligned} \text{prog}_{MFR}(\lambda, p) &\geq \text{pr}\tilde{\text{og}}_{MFR}(\lambda, p) \\ \text{pr}\tilde{\text{og}}_{MFR}(\lambda, p) &= \frac{1}{\beta^{1/\alpha} \sqrt{\lambda p 2 \Delta \exp(1)}} \tilde{H}_2(p, \beta) \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\text{où } \tilde{H}_2(p, \beta) = \int_0^1 1 - \exp\left(-\frac{1-p}{p} \frac{G(z)}{2\beta^{2/\alpha}\Delta}\right) dz \text{ avec } G(z) = 2 \int_{t: \frac{\exp(t)}{\sqrt{2\exp(1)t}} \leq 1/z} \arccos\left(\frac{z \exp(t)}{\sqrt{2\exp(1)t}}\right) dt.$$

Le résultat du lemme 5.4.4 est complexe et ne peut pas être appliqué directement au cas de récepteur avec des antennes multiples. Nous proposons de procéder autrement en manipulant astucieusement l'expression d'origine (5.28), ce qui nous conduit au lemme suivant :

**Lemme 5.4.5.** *Le progrès effectif moyen maximal vérifie :*

$$\text{prog}_{MFR}(\lambda, p) \leq \frac{1}{\beta^{1/\alpha} \sqrt{\lambda p \Delta}} H_2(p, L, \beta) \quad (5.34)$$

avec :

$$H_2(p, L, \beta) = \int_0^\infty 1 - \exp\left(-\frac{1-p}{p} \frac{1}{\beta^{2/\alpha}\Delta} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{\Gamma(1/2+k) \Gamma_{inc}(1/2+i-k, z^2)}{2k!(i-k)!}\right) dz \quad (5.35)$$

où  $\Gamma_{inc}(k, z)$  est la fonction gamma incomplète définie par  $\Gamma_{inc}(k, z) = \int_z^\infty t^{k-1} \exp(-t) dt$ .

*Démonstration.* L'événement que le progrès maximal effectué par le paquet est inférieur à  $z$  est équivalent à l'événement que tous les nœuds appartenant à  $\mathcal{D}_o^{\text{out}}$  sont dans le demi plan  $D_z = \{(x, y), x < z\}$ . On a alors :

$$\mathbf{1}_{(Z < z)} = \prod_{Y_j \in \Phi_m^r} (1 - \mathbf{1}_{(SINR_{0j} > \beta)} \mathbf{1}_{(Y_j \notin D_z)}) \quad (5.36)$$

La même méthodologie appliquée pour la démonstration des lemmes 5.3.3 et 5.4.2 conduit à :

$$P(Z < z) \geq \exp\left(-\lambda^r \int_{\mathbb{R}^2} P_s(\lambda^t, |Y|^2, \beta) \mathbf{1}_{(Y \notin D_z)} dY\right) \quad (5.37)$$

L'intégrale dans l'expression (5.37), dénotée par  $In$ , est évaluée comme suit :

$$\begin{aligned}
In_L &= \sum_{i=0}^{L-1} \frac{1}{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta i!} \int_{\sqrt{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta z}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + y^2)^i \exp(-x^2 - y^2) dy dx \\
&= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{1}{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta k! (i-k)!} \int_{\sqrt{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta z}}^{\infty} x^{2(i-k)} \exp(-x^2) \int_{-\infty}^{\infty} y^{2k} \exp(-y^2) dy dx \\
&= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{1}{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta k! (i-k)!} \int_{\sqrt{\lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta z}}^{\infty} \frac{1}{2} x^{(i-k)-1/2} \exp(-x) \int_0^{\infty} y^{k-1/2} \exp(-y) dy dx \\
&= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^i \frac{\Gamma(1/2 + k) \Gamma_{inc}(1/2 + i - k, \lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta z^2)}{2 \lambda^t \beta^{2/\alpha} \Delta k! (i-k)!} \tag{5.38}
\end{aligned}$$

En remplaçant le résultat (5.38) dans (5.37) et en prenant la moyenne, on obtient le résultat du lemme 5.4.5.  $\square$

La figure 5.8 présente les courbes analytiques et expérimentales de la densité de progrès (avec un nombre d'antennes égal à 1), obtenues en appliquant les différentes approches de sélection du récepteur : MFR, récepteur le plus proche dans un cône et récepteur maximisant le produit de la probabilité de succès et la distance parcourue dans la direction de la destination finale. Cette dernière représente la borne inférieure établie dans [111] sur la stratégie MFR. La borne supérieure donnée par le lemme 5.4.5 est très proche des valeurs expérimentales, tandis que la borne inférieure de [111] est plutôt proche de la courbe du récepteur le plus proche dans un cône pour une valeur de l'angle  $\rho$  égale à  $0.75\pi$ . Ceci s'explique par le fait que la probabilité d'un lien décroît exponentiellement avec la distance. Par conséquent, maximiser le produit de la probabilité de lien et de la distance a plus tendance à prendre des liens courts. On peut observer sur la courbe expérimentale que la probabilité de transmission optimale est  $0.08 \leq p^* \leq 0.09$ . La valeur donnée par la borne supérieure est  $p^* = 0.085$  et celle par la borne inférieure de [111] est  $p^* = 0.22$ . Les figures 5.9(a) et 5.9(b) représentent le gain potentiel de l'utilisation de plusieurs antennes aussi bien sur la densité de progrès que sur la probabilité de transmission optimale.

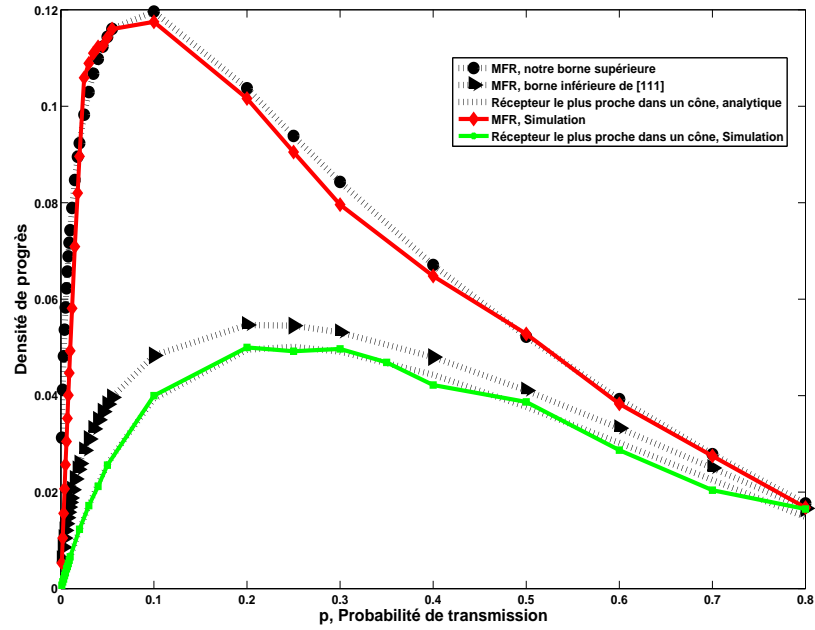
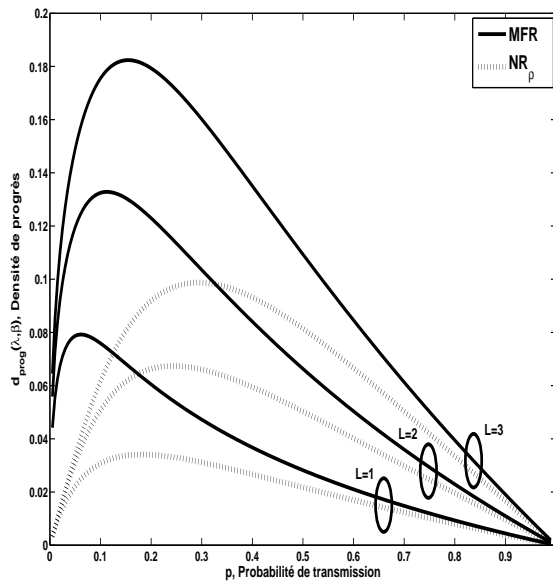
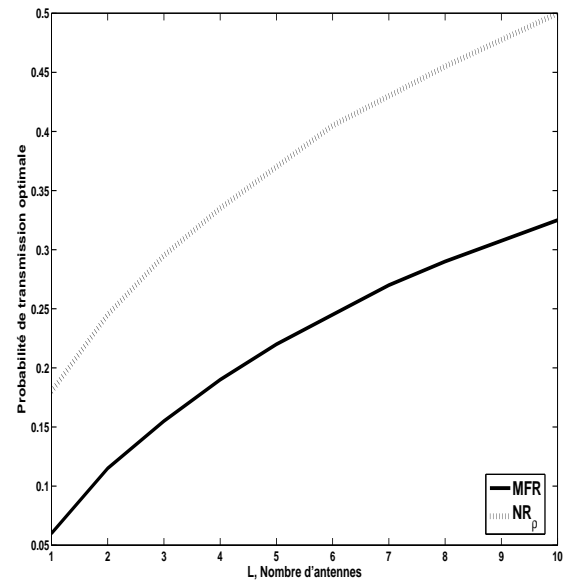


FIGURE 5.8 Résultats analytiques et expérimentaux : stratégie MFR et récepteur le plus proche dans un cône avec  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 1$ ,  $\lambda = 1$  et  $\rho = 0.75\pi$



(a)



(b)

FIGURE 5.9 (a) Densité de progrès avec différents nombres d'antennes (b) Probabilité de transmission optimale en fonction du nombre d'antennes avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\lambda = 1$  et  $\rho = 0.75\pi$ .

### 5.4.3 Application et aspect d'implémentation

#### Application : Routage spatio-temporel

Cette section présente une illustration de l'application de l'approche de routage opportuniste qui maximise le progrès dans la direction de la destination finale (MFR) à chaque période de temps. Ainsi, on considère une source  $S$  et une destination  $D$ . Globalement l'acheminement d'un paquet de  $S$  vers  $D$  procède selon l'algorithme suivant [107] :

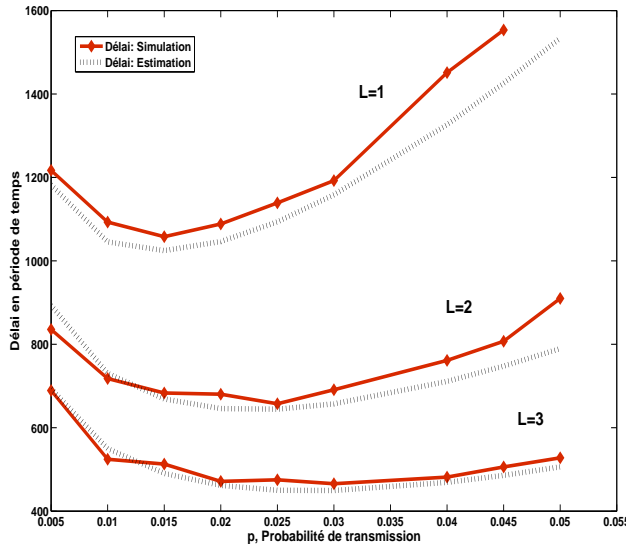
```

S : Source ; D : Destination ;
Tant que (S ≠ D) faire
    Tant que (S en état réception) faire
        | délai = délai+1 ;
    Fait
    Diffusion du paquet ;
     $\mathcal{D} = \{\text{nœuds qui ont reçues le paquet}\} \cup S$  ;
    R=le nœud le plus proche de D ;
    Si (R ≠ S) Alors
        | saut=saut+1 ;
    Fin Si
    S ← R ;
Fait

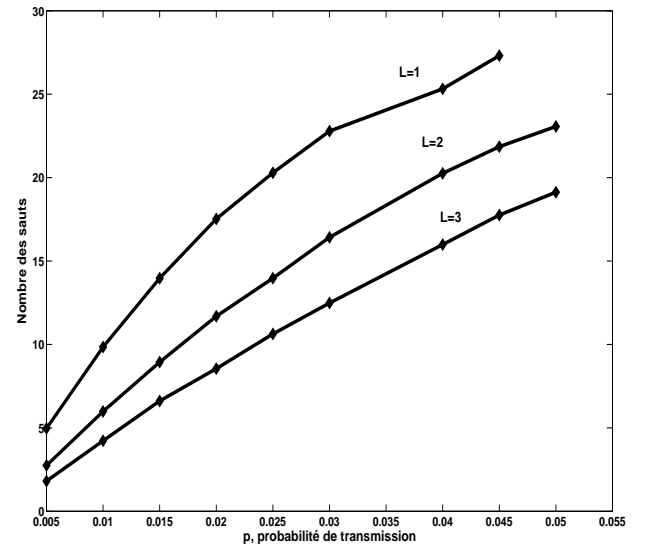
```

La figure 5.10 présente les résultats de simulations obtenues en appliquant l'algorithme ?? sur la configuration suivante. On considère un réseau de diamètre  $1km$  avec une densité de nœuds égale à  $10^{-3}$ . La source et la destination sont placées diamétralement opposées sur les extrémités du réseau, séparées d'une distance égale à  $800m$ . Le seuil SIR est fixé à  $\beta = 10dB$  et le coefficient d'atténuation à  $\alpha = 3$ . Le délai d'acheminement d'un paquet de la source à la destination est illustré sur la figure 5.10(a). Ce délai peut être estimé à partir des résultats analytiques de la section précédente. En effet, étant donné que la distance moyenne parcourue par un paquet par période de temps est approximativement égale à  $prog_{MFR}(\lambda, p)$ , le nombre de

périodes de temps nécessaires pour traverser une distance de  $800m$  est de l'ordre de  $800/prog_{MFR}(\lambda, p)$ . Ce résultat est confirmé par les courbes représentées sur la figure 5.10(a). De même, on peut observer que le délai minimum correspond aux valeurs de la probabilité de transmission qui maximise le progrès. En effet, analytiquement, les valeurs de  $p$  qui maximisent le progrès pour des nombres d'antennes variant de 1 à 3 sont respectivement 0.015, 0.03 et 0.045. Sur la courbe expérimentale, les valeurs optimales vérifient respectivement  $p = 0.015$ ,  $0.025 \leq p \leq 0.03$  et  $0.04 \leq p \leq 0.045$ . Pour le cas d'une seule antenne à la réception, la même valeur optimale est identifiée par simulation (avec les même paramètres) dans [107]. L'augmentation du nombre d'antennes permet de réduire considérablement le délai d'un facteur de l'ordre du nombre d'antennes. En effet, l'utilisation d'antennes multiples permet d'établir des liens de longue portée se traduisant par la diminution du nombre de sauts (figure 5.10(b)).



(a)



(b)

FIGURE 5.10 (a) Délai d'acheminement d'un paquet en fonction de la probabilité de transmission avec différents nombres d'antennes (b) Nombre de sauts en fonction de la probabilité de transmission avec  $\beta = 10$ ,  $\alpha = 3$  et  $\lambda = 10^{-3}$ .



## Aspects d'implémentation

Dans les sections précédentes, l'analyse de performance du routage MFR a été considérée. Cette section s'intéresse à l'aspect pratique de son implémentation. En effet, à chaque période de temps, les étapes essentielles sont l'identification de l'ensemble des nœuds ayant correctement reçu le paquet d'intérêt et la sélection du meilleur candidat, qui va procéder avec ce paquet. La source ainsi que le restant des nœuds doivent être informés de cette sélection pour que la source n'ait pas à le retransmettre ainsi que pour éviter d'avoir plusieurs copies du même paquet sauvegardé par l'ensemble des nœuds qui l'ont reçu. Tout d'abord, il faut préciser que la métrique qui dicte le choix du meilleur candidat est la distance à la destination finale. Ainsi, les nœuds doivent disposer de l'information sur leurs positions géographiques ainsi que celles de la destination. Ceci implique que le routage MFR appartient à la classe de routage géographique [112]. Dans [106], les auteurs proposent un protocole d'implémentation dénommé EXOR. Pour le protocole EXOR, la sélection du meilleur candidat s'effectue comme suit. Au début du processus, la source est supposée disposer de l'information sur les meilleurs candidats potentiels, c'est à dire une estimation de l'ensemble de nœuds qui ont le plus de chances de recevoir le paquet. Elle inclut dans l'entête du paquet transmis une liste de nœuds ordonnés suivant le progrès potentiel qu'ils peuvent fournir. Un nœud qui reçoit le paquet vérifie d'abord s'il est présent dans cette liste. Ensuite, il vérifie son rang dans cette liste et doit rester à l'écoute du canal durant une période de temps proportionnelle à son rang avant d'envoyer un acquittement ACK. Si pendant cette période il entend un autre ACK, ce qui signifie qu'il existe un candidat meilleur que lui, il arrête le processus de son côté. Dans le protocole EXOR, la source doit avoir une estimation d'une liste de ses meilleurs candidats. Dans [107], un protocole plus décentralisé est proposé. Ce protocole est inspiré du protocole de signalisation avec codage logarithmique du standard HIPERLAN [113]. La période de transmission du ACK est subdivisée en un nombre  $n$  de mini-périodes de temps. Un nœud qui a reçu le paquet procède comme suit. Il calcule sa distance à la destination et la code en base 2, avec une précision qui dépend du nombre de mini-périodes. À chaque mini-période, il associe 1 ou 0 suivant le code obtenu. Il procède donc à l'écoute si la mini-période correspond à 0 ou à l'envoi dans le cas contraire. Il continue jusqu'à ce qu'il entende un autre candidat pendant une période de son écoute, qui signifie que ce candidat est meilleur. La figure 5.11 donne un exemple où trois nœuds ont reçu le paquet à des distances de 29m, 25m et 9m de la destination.

Au début de la période d'aquitement, les trois nœuds demeurent silencieux. À la deuxième mini-période, *A* et *B* transmettent des signalisations. Le candidat *C* qui est à l'écoute détecte ces signalisations et donc abandonne le processus. De la même manière, le candidat *B* est éliminé à la cinquième mini-période. Finalement, *A* est sélectionné comme meilleur relais.

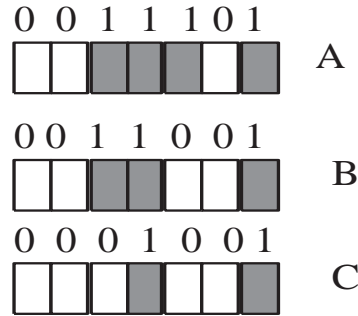


FIGURE 5.11 Processus de selection du récepteur suivant la stratégie MFR

## 5.5 Conclusion

Dans les chapitres 3 et 4, les performances des approches de réduction de l'interférence ont été étudiées en considérant des communications directes. Le présent chapitre a constitué une application des résultats développés pour l'analyse de l'apport de ces approches dans le contexte de communication à multi-saut. Tout d'abord, des mesures de performances sont définies, notamment la densité de liens et la densité de progrès. Ces mesures ont permis de quantifier l'influence de l'approche de réception MMSE sur la connectivité et sur les communications appliquant des stratégies de routage opportuniste. En effet, l'étude analytique a montré que cette technique permet d'améliorer la longueur moyenne de liens et le taux de transmissions simultanées. Ceci se traduit par une meilleure réutilisation spatiale et des communications à longues portées. Des scénarios de routage opportuniste ont été étudiés analytiquement et par simulation. Cette étude a montré que ce type de communication a le potentiel d'améliorer significativement le délai et le nombre de sauts. Les résultats analytiques ont permis de dériver la densité de transmission qui optimise ces deux paramètres. Les aspects qui n'ont pas été traités dans cette étude concernent la quantification du

délai et l'analyse de la stabilité et de la convergence des protocoles de routage. Pour élaborer une telle analyse, il est nécessaire d'intégrer la dimension temporelle dans la modélisation du réseau ad hoc. Les processus ponctuels temporels constituent un outil intéressant à explorer dans les travaux futurs.

# Chapitre 6

## Conclusion

Les réseaux ad hoc offrent une flexibilité d'emploi, en particulier la mise en réseaux des sites dont l'infrastructure est onéreuse ou difficile à réaliser. Les applications de ce type de réseaux sont nombreuses. On cite l'exemple classique de leur utilisation dans le domaine militaire et les applications tactiques comme les opérations de secours et les missions d'exploration. L'absence d'infrastructure fixe et de toute administration centralisée, la principale caractéristique des réseaux ad hoc, complique la gestion de certains problèmes inhérents aux communications sans fil dont le problème de l'interférence. Ce travail de thèse se situe dans le cadre de l'étude du potentiel des techniques de traitement de signal avancées qui sont orientées vers la réduction de l'interférence, dans les réseaux ad hoc. La section introductive de ce travail offre une étude synthétique des travaux de recherche qui ont été faits ainsi que des problématiques de recherche d'actualité qui sont reliées ou adjacentes à ce travail.

La première étape de ce travail identifie un modèle représentatif des caractéristiques des réseaux ad hoc et principalement les interférences dans ce type de réseau. La modélisation de l'interférence dans un environnement dynamique et décentralisé est complexe. Dans la littérature, plusieurs modèles tentent de simplifier ou même de négliger les phénomènes de la couche physique. Dans cette thèse, un modèle relativement récent dans la littérature et qui découle de la théorie de géométrie stochastique a été considéré. En effet, étant donné que les unités formant le réseau ont des positions et des trajectoires aléatoires, les propriétés globales du réseau peuvent être analysées au moyen de la géométrie stochastique. Ce type de modélisation permet d'incorporer les effets de la propagation radio à petite et à grande échelle et surtout les différentes technologies de détection et de traitement de signal.

La deuxième partie identifie des techniques de traitement de signal qui ont le potentiel de remédier au problème de l'interférence. Précisément, on a considéré l'analyse de la technique de soustraction de l'interférence avec une seule antenne à la réception et la technologie de réception avec des antennes multiples. Ce travail a abouti à des

résultats analytiques qui expriment directement la qualité des liens entre les paires émetteur-récepteur en fonction, d'une part, des configurations du réseau, en termes du nombre d'unités, du type et de la charge du trafic des données ainsi que la qualité de service minimale exigée, et d'autre part, des caractéristiques de la couche physique en termes des paramètres de l'environnement de propagation et de type du détecteur utilisé. Précisément, ces résultats analytiques permettent de quantifier l'amélioration du rapport signal à interférence plus bruit procurée en fonction d'une part du nombre d'interférents traités et la précision du traitement pour le cas d'une seule antenne, et d'autre part, en fonction du nombre d'antennes utilisées à la réception et de l'algorithme de traitement du signal appliqué.

La troisième partie élabore une étude des performances des stratégies de communication multi-saut à caractère opportuniste à partir des résultats développés dans la deuxième partie. Cette étude a mené à une quantification de performances des approches opportunistes, combinées avec un traitement de l'interférence, en termes de connectivité et longueurs des communications. L'amélioration procurée à travers les techniques de traitement de signal considérées se traduit en une meilleure réutilisation spatiale, une diminution des longueurs des routes, en termes de nombre de sauts, ainsi qu'une amélioration du délai et du débit des communications. Les résultats analytiques ont permis, entre autres, d'identifier les valeurs des paramètres du réseau qui aboutissent à son mode de fonctionnement optimal. Précisément, la densité des émetteurs permettant de minimiser le délai moyen et de maximiser le débit global des communications.

Ainsi, cette thèse a apporté des contributions intéressantes à un niveau théorique et a répondu à ses objectifs de base. Par ailleurs, le travail réalisé révèle un nombre de problématiques qui n'ont pas été traitées mais qui constituent des directions de recherche à explorer dans des travaux futurs :

1. L'étude a été effectuée suivant la dimension spatiale du réseau. Plus spécifiquement, on s'est intéressé à l'analyse des performances moyennes vues par l'ensemble des nœuds dans le réseau. Une analyse plus fine, qui permettra de suivre l'évolution temporelle au niveau des paquets, nécessite l'intégration de cette dimension dans la modélisation du réseau. Les processus ponctuels spatio-temporels est un outil prometteur à considérer.
2. Ce travail a considéré un protocole d'accès aléatoire relativement simple. La justification de ce choix est le désir de concentrer l'analyse sur la problématique

que de base à savoir l'influence de l'intégration des techniques de traitement de signal avancées dans le contexte des réseaux ad hoc. Bien que ce protocole d'accès soit simple, il permet une représentation signifiante de l'interférence. Une extension de ce travail consiste à considérer des protocoles d'accès plus sophistiqués.

3. L'émergence des techniques de traitement de signal avancées ainsi que des nouvelles catégories de réseaux cognitifs ont le potentiel de fournir des communications de plus en plus fiables. Cependant, les protocoles d'accès et de routage doivent suivre ces avancées technologiques afin de tirer profit de leurs avantages. Ce travail a montré que même avec un protocole d'accès simple, les performances des réseaux ad hoc peuvent être améliorées considérablement. Néanmoins, dans la conception et l'analyse des protocoles de communication plus sophistiqués il faut tenir compte de la surcharge additionnelle qui en découle. Dans la littérature, il est souvent assumé que la surcharge qui provient des messages de contrôle peut être négligée dans l'analyse de la capacité des réseaux ad hoc.

Finalement, on peut affirmer que cette thèse a atteint ses objectifs globaux. Un nombre de résultats novateurs dans le domaine ont été présentés. Les limites relevées sont liées principalement à la complexité de la problématique traitée et ouvrent des perspectives intéressantes pour des travaux futurs.

# Bibliographie

- [1] A. S. Akki and F. Haber, "A statistical model of mobile to mobile land communication channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 35, no. 1, pp. 2–7, 1986.
- [2] A. S. Akki, "Statistical properties of mobile-to-mobile land communication channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, no. 4, pp. 826–831, 1994.
- [3] O. Ben-Sik-Ali, B. L. Agba, C. Cardinal, and F. Gagnon, "Performances simulation of flat fading channels in mobile ad hoc networks," in *International Symposium on Signals, Systems and Electronics ISSSE'07*, pp. 189–191.
- [4] N. Abramson, "The aloha system another alternative for computer communications," in *Proc. Fall Joint Computer Conference, (AFIPS'70)*, 1970.
- [5] L. Kleinrock and F. Tobagi, "Packet switching in radio channels : Part I carrier sense multiple access models and their throughput-delay characteristics," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 23, no. 12, pp. 1400–1416, 1975.
- [6] P. Karn, "MACA : A new channel access method for packet radio," in *Proc. Computer Network Conference, (ARRL'90)*, vol. 9, 1990, pp. 134–140.
- [7] S. S. V. Bhargavan, A. Demers and L. Zhang, "MACAW : A media access protocol for wireless lans," in *Proc. ACM SIGCOM'94*, vol. 1, 1994, pp. 212–225.
- [8] P. Gupta and P. Kumar, "Critical power for asymptotic connectivity," in *Proc. IEEE Decision and Control*, vol. 1, 1998, pp. 1160–1110.
- [9] S. J. Lee and M. Gerla, "Dynamic load-aware routing in ad hoc networks," in *IEEE International Conference on Communication*, 2001, pp. 3206–3210.
- [10] L. L. Peterson and B. Davie, *Computer Networks : A Systems Approach*, 2nd ed. Morgan Kaufman, 2000.
- [11] C. E. Perkins and P. Bhagwat, "Highly dynamic destination-sequenced distancevector routing (DSDV) for mobile computers," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 24, no. 4, pp. 234–244, 1994.
- [12] C. E. Perkins and E. M. Royer, "Ad hoc on-demand distance vector routing," in *Proc. IEEE Workshop on Mobile Computing Systems and Applications (WMC-SA'99)*, Feb. 1999, pp. 90–100.

- [13] A. Tsirigos and Z. J. Haas, "Multipath routing in the presence of frequent topological changes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, no. 11, pp. 132–138, 2001.
- [14] S. Mueller and D. Ghosal, *Multipath Routing in Mobile Ad Hoc Networks : Issues and Challenges*, invited paper ed., M. Calzarossa and E. Gelenbe, Eds. Berlin, Germany : Springer-Verlag, 2004.
- [15] G. Schaefer, F. Ingelrest, and M. Vetterli, "Potentials of opportunistic routing in energy-constrained wireless sensor networks," in *Proc. of the 6th European Conference on Wireless Sensor Networks, (EWSN '09)*, vol. 5432. Springer-Verlag, 2009, pp. 118–133.
- [16] C. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379–423, 623–656, 1948.
- [17] D. N. C. Tse and S. Hanly, "Multiaccess fading channel, part II : Polymatroid structure, optimal resource allocation and throughput capacities," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 7, pp. 2796–2815, 1998.
- [18] L. Li and A. J. Goldsmith, "Capacity and optimal resource allocation for fading broadcast channels, part II : Outage capacities," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 3, pp. 1103–1127, 2001.
- [19] R. H. Etkin, D. N. C. Tse, and H. Wang, "Gaussian interference channel capacity to within one bit," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 12, pp. 5534–5562, 2008.
- [20] S. Toumpis and A. Goldsmith, "Capacity regions for wireless ad hoc networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, no. 4, pp. 736–748, 2003.
- [21] P. Gupta and P. Kumar, "The capacity of wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 388–404, 2000.
- [22] M. Grossglauser and D. N. C. Tse, "Mobility increases the capacity of ad hoc wireless networks," *IEEE/ACM Trans. Netw.*, vol. 10, no. 4, pp. 477–486, 2002.
- [23] M. Franceschetti, O. Dousse, D. N. C. Tse, and P. Thiran, "Closing the gap in the capacity of wireless networks via percolation theory," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 3, pp. 1009–1018, 2007.
- [24] S. R. Kulkarni and P. Viswanath, "A deterministic approach to throughput scaling in wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 11, pp. 1041–1049, 2004.



- [25] A. Ozgur, O. L  v  que, and D. N. C. Tse, "Hierarchical cooperation achieves optimal capacity scaling in ad hoc networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 10, pp. 3549–3572, 2007.
- [26] S. Aeron and V. Saligrama, "Wireless ad hoc networks : Strategies and scaling laws for the fixed SNR regime," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 6, pp. 2044–2059, 2007.
- [27] M. Krunz, A. Muqattash, and S. J. Lee, "Transmission power control in wireless ad hoc networks : Challenges, solutions and open issues," *IEEE Netw.*, vol. 18, no. 5, pp. 8–14, 2004.
- [28] R. Ramanathan and R. Rosales-Hain, "Topology control for multihop wireless networks using transmit power adjustment," in *In Proc. IEEE INFOCOM'2000*, Dec. 6 2000, pp. 404–413.
- [29] L. Hu and V. Li, "Topology control for multihop packet radio networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 10, pp. 1474–1481, 1993.
- [30] M. Burkhart, P. von Rickenbach, R. Wattenhofer, and A. Zollinger, "Does topology control reduce interference?" in *In Proc. IEEE MOBIHOC'04*, Tokyo, Japan, 2004, pp. 9–19.
- [31] L. Jia, R. Rajaraman, and R. Suel, "An efficient distributed algorithm for constructing small dominating sets," *Distributed Computing*, vol. 15, no. 4, pp. 193–205, 2002.
- [32] L. Bao and J. J. Garcia-Luna-Aceves, "Topology management in ad hoc networks," in *ACM Symposium on Mobile Ad Hoc Networking and Computing*, 2003, pp. 129–140.
- [33] J. Monks, V. Bharghavan, and W. Hwu, "A power controlled multiple access protocol for wireless packet networks," in *Proc. IEEE INFOCOM'01*, 2001.
- [34] A. L. Wu, Y. C. Tseng, and J. P. Sheu, "Intelligent medium access for mobile ad hoc networks with busy tones and power control," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 18, no. 9, pp. 1647–1657, 2000.
- [35] K. Sheikh, D. Gesbert, D. Gore, and A. Paulraj, "Smart antennas for broadband wireless access networks," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 37, no. 11, pp. 100–105, 1999.

- [36] R. Choudhury, X. Yang, R. Ramanathan, and N. H. Vaidya, "Using directional antennas for medium access control in ad hoc networks," in *ACM MOBI-COM'02*, September 2002, pp. 59–70.
- [37] T. Korakis, G. Jakllari, and L. Tassiulas, "A mac protocol for full exploitation of directional antennas in ad hoc wireless networks," in *ACM MOBICOM'03*, June 2003, pp. 98–116.
- [38] A. Nasipuri, J. Mandava, H. Manchala, and R. Hiromoto, "On demand routing using directional antennas in mobile ad hoc networks," in *Proc. IEEE International Conference On Computer Communications and Networks*, 2000, pp. 535–541.
- [39] C. D. M. Cordeiro and D. P. Agrawal, *Ad Hoc & Sensor Networks : Theory and Applications*. Singapore : World Scientific Publishing, 2006.
- [40] A. Carleial, "A case where interference does not reduce capacity," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 21, no. 5, pp. 569–570, 1975.
- [41] H. Sato, "The capacity of the Gaussian interference channel under strong interference," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 27, no. 6, pp. 786–788, 1981.
- [42] R. Ahlswede, "Multi-way communication channels," in *Proc. IEEE ISIT'71*, 1971, pp. 23–52.
- [43] T. Cover, *Some Advances in Broadcast Channels*, ser. Advances in Communications Systems. New York : Academic, 1975, ch. 4.
- [44] S. Verdù, *Multiuser Detection*. Cambridge : Cambridge University Press, 1998.
- [45] X. Wang and H. V. Poor, *Wireless Communication Systems : Advanced Techniques For Signal Reception*, ser. Communications Engineering and Emerging Technologies, T. S. Rappaport, Ed. Prentice Hall, 2004.
- [46] O. Ben-Sik-Ali, C. Cardinal, and F. Gagnon, "Outage probability analysis of interference cancellation receiver in wireless ds-cdma ad hoc networks," in *PIMRC'08*, 2008.
- [47] —, "On the performance of interference cancellation in wireless ad hoc networks," *IEEE Trans. Commun.*
- [48] —, "Performance of optimum combining in a poisson field of interferers and rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2009, accepté.

- [49] —, “A performance analysis of multi-hop ad hoc networks with adaptive antenna array systems,” 2010, en préparation.
- [50] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [51] D. N. C. and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2005.
- [52] I. F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. Cayirci, “Wireless sensor networks : a survey,” *Computer Networks*, vol. 38, pp. 393–422, 2002.
- [53] J. A. Silvester and L. Kleinrock, “On the capacity multihop slotted Aloha networks with regular structure,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 31, no. 8, pp. 974–982, 1983.
- [54] X. Liu and M. Haenggi, “Throughput analysis of fading sensor networks with regular and random topologies,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2005, no. 4, pp. 554–564, 2005.
- [55] D. Stoyan, W. Kendall, and J. Mecke, *Stochastic Geometry and its Application*, ser. Probability and Mathematical Statistics. Wiley, 1987.
- [56] J. Mecke, “Stationäre zufällige maße auf lokalkompakten abelschen gruppen,” *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie*, vol. 9, no. 1, pp. 36–58, 1967.
- [57] I. M. Slivnyak, “Some properties of stationary flows of random events,” *Theoriya Veroyatnostei Primeneniya (English Translation in Theory of Probability and Its Applications)*, pp. 374–352, 1962.
- [58] S. Weber, J. Andrews, X. Yang, and G. D. Veciana, “Transmission capacity of wireless ad hoc networks with successive interference cancellation,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 8, pp. 2799–2814, 2007.
- [59] W. Schottky, “Über spontane stromschwankungen in verschiedenen elektrizitätsleitern,” *Annalen der physik*, vol. 57, pp. 541–567, 1918.
- [60] N. Campbell, “The study of discontinuous phenomena,” *Cambr. Phil. Soc.*, vol. 15, pp. 117–136, 1909.
- [61] S. O. Rice, “Mathematical analysis of random noise,” *Bell System Technical Journal*, vol. 23, pp. 1–51, 1944.
- [62] E. N. Gilbert and H. O. Pollak, “Amplitude distribution of shot noise,” *Bell System Technical Journal*, vol. 39, pp. 333–350, 1960.

- [63] S. B. Lowen and M. C. Teich, "Power law shot noise," *Bell System Technical Journal*, vol. 36, no. 6, pp. 1302–1318, 1990.
- [64] W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 1968.
- [65] I. Gradshteyn, I. Ryzhik, and A. Jeffrey, *Table of Integrals, Series and Products*. New York : Academic, 1994.
- [66] G. Samorodnitsky and M. S. Taqqu, *Stable Non-Gaussian Random Process : Stochastic Models with Infinite Variance*. Chapman & Hall/CRC, 1994.
- [67] P. Lévy, *Calcul des Probabilités*. Paris : Gauthier-Villard, 1925.
- [68] B. Gnedenko and A. Kolmogorov, *Limit Distributions for Sums of Random Variables*, 2nd ed. Cambridge : Addison-Wesley, 1968.
- [69] J. Venkataraman, M. Haenggi, and O. Collins, "Shot noise models for outage and throughput analyses in wireless ad hoc networks," in *MILCOM'06*, 2006.
- [70] V. Chistyakov, "A theorem on sums of independent, positive random variables and its applications to branching processes," *Probability Theory And Its Application*, vol. 9, pp. 640–648, 1964.
- [71] R. Adler, R. Feldman, and M. Taqqu, *A Practical Guide to Heavy Tails : Statistical Techniques and Applications*. Boston : Birkhauser, 1998.
- [72] S. Resnick, *Heavy Tail Phenomena : Probabilistic and Statistical Modeling*. Springer, 2007.
- [73] H. A. . David and H. N. Nagaraja, *Order Statistics*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 2003.
- [74] S. Weber, J. Andrews, and N. Jindal, "The effect of fading, channel inversion and threshold scheduling on ad hoc networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 11, pp. 4127–2149, 2007.
- [75] A. M. Hunter, J. Andrews, and S. Weber, "Transmission capacity of ad hoc networks with spatial diversity," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5058–5071, 2008.
- [76] K. Huang, J. Andrews, R. Heath, D. G, and R. Berry, "Spatial interference cancellation for multi-antenna mobile ad hoc networks : Perfect CSI," in *IEEE GLOBECOM'08*, 2008.

- [77] C. A. Baird and C. Zham, "Performance criteria for narrowband array processing," in *IEEE Conference On Decision And Control*, vol. 10, 1971, pp. 564–565.
- [78] H. Cox, R. M. Zeskind, and M. M. Owen, "Robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 35, pp. 1365–1375, 1987.
- [79] A. Shah and M. Haimovich, "Performance analysis of maximal ratio combining and comparison with optimum combining for mobile radio communications with co-channel interference," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 49, no. 4, pp. 1454–1463, 2000.
- [80] J. W. Silverstein and Z. D. Bai, "On the empirical distribution of eigenvalues of a class of large dimensional random matrices," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 54, no. 2, pp. 786–795, 1994.
- [81] D. Tse and S. Hanly, "Linear multiuser receiver : Effective interference, effective bandwidth and user capacity," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 45, no. 2, pp. 641–657, 1999.
- [82] S. verdu and S. Shamai, "Multiuser detection with random spreading and error correction codes : Fundamental limits," in *Allerton'97*, 1997.
- [83] C. G. Khatri, "On certain distribution problems based on positive definite quadratic functions in normal vectors," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 37, no. 2, pp. 468–479, 1966.
- [84] A. Shah and M. Haimovich, "Performance analysis of optimum combining in wireless communications with rayleigh fading and cochannel interference," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 4, pp. 473–479, 1998.
- [85] J. Winters, "Optimum combining in digital mobile radio with cochannel interference," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 2, no. 4, pp. 528–539, 1984.
- [86] V. A. Aalo and J. Zhang, "Performance of antenna array systems with optimum combining in a rayleigh fading environment," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 24, no. 12, pp. 387–389, 2000.
- [87] D. Lao and A. Haimovich, "Exact closed-form performance analysis of optimum combining with multiple cochannel interferers and rayleigh fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 6, pp. 995–1003, 2003.
- [88] M. Chiani, M. Win, and A. Zanella, "On optimum combining of M-array PSK signals with unequal power interferers and noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 1, pp. 44–47, 2005.

- [89] H. Gao and P. J. Smith, "Exact SINR calculations for optimum linear combining in wireless systems," *Probability in the engineering and Informational Sciences*, vol. 40, no. 1, pp. 261–281, 1998.
- [90] H. Gao, P. J. Smith, and M. V. Clark, "Theoretical reliability of mmse linear diversity combining in rayleigh fading additive interference channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 5, pp. 666–672, 1998.
- [91] F. Baccelli, B. Blaszczyszyn, and P. Muhlethaler, "An Aloha protocol for multihop mobile wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 421–436, 2006.
- [92] W. B. Davenport and W. L. Root, *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. John Wiley & Sons, 1987.
- [93] D. L. Synder and M. I. Miller, *Random Point Processes in Time and Space*, 2nd ed. Springer Verlag.
- [94] J. Ilow and D. Hatzinakos, "Analytic alpha stable noise modeling in a poisson field of interferers or scatterers," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 46, no. 6, pp. 1601–1611, 1998.
- [95] A. P. Petropulu and J. C. Pesquet, "Power law shot noise and its relationship to long memory  $\alpha$ -stable processes," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 7, pp. 1883–1892, 2000.
- [96] E. Villier, "Performance analysis of optimum combining with multiple interferers in flat rayleigh fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 10, pp. 1503–1510, 1999.
- [97] S. Govindasamy, D. W. Bliss, and D. H. Staelin, "Spectral efficiency in single-hop ad hoc wireless networks interference using adaptive antenna arrays," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 25, no. 7, pp. 1358–1369, 2007.
- [98] Arogyaswami, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space Time Wireless Communication*. Cambridge : University Press, 2003.
- [99] S. Weber, X. Yang, J. Andrews, and G. D. Veciana, "Transmission capacity of wireless ad hoc networks with outage constraints," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4091–4101, 2005.
- [100] R. Blum, "MIMO capacity with interference," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 21, no. 5, pp. 793–801, 2003.

- [101] F. Baccelli and B. Blaszczyzyn, *Stochastic Geometry and Wireless Networks : Volume I Theory*. Foundations and Trends in Networking, 2009, vol. 3, no. 3.
- [102] R. Ganti and M. Haenggi, "Dynamic connectivity and packet propagation delay in aloha wireless networks," in *Proc. IEEE Asilomar Conference on Signal, Systems and Computer, (ACSSC'07)*, November 2007, pp. 143–147.
- [103] M. Westcott, "The probability generating functional," *Journal of the Australian Mathematical Society*, vol. 14, pp. 448–466, 1972.
- [104] S. Weber, N. Jindal, R. Ganti, and M. Haenggi, "Longest edge routing on the spatial Aloha graph," in *IEEE GLOBECOM'08*, December 2008.
- [105] H. Takagi and L. Kleinrock, "Optimal transmission ranges for randomly distributed packet radio terminals," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 22, no. 3, pp. 246–257, 1984.
- [106] S. Biswas and R. Morris, "ExOR : opportunistic multi-hop routing for wireless networks," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 35, no. 4, pp. 133–144, 2005.
- [107] F. Baccelli, B. Blaszczyzyn, and P. Muhlethaler, "Time-space opportunistic routing in wireless ad hoc networks : Algorithms and performance optimization by stochastic, geometry," *the Computer Journal*, 2009, to appear.
- [108] F. Baccelli and B. Blaszczyzyn, *Stochastic Geometry and Wireless Networks : Volume II Applications*. Foundations and Trends in Networking, 2009, vol. 3, no. 4.
- [109] R. Nelson and L. Kleinrock, "The spatial capacity of a slotted ALOHA multihop packet radio network with capture," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 32, no. 6, pp. 684–694, 1984.
- [110] T. Tabet and R. Knopp, "Spatial throughput of multi-hop wireless networks under different retransmission protocols," in *Allerton 2004, 42nd Annual conference on Communication, Control and Computing*, September 2004.
- [111] F. Baccelli, B. Blaszczyzyn, and P. Muhlethaler, "An Aloha protocol for multihop mobile wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 421–436, 2006.
- [112] Y. Ko and N. Vaidya, "Location aided routing (LAR) in mobile ad hoc networks," in *Proc. ACM/IEEE international conference on Mobile Computing and Networking*, 1998.

- [113] P. Jacquet, P. Minet, P. Mühlethaler, and N. Rivierre, “Priority and collision detection with active signaling - the channel access mechanism of HIPERLAN,” *Wireless Personal Communications*, vol. 4, no. 1, pp. 11–25, 1997.



# Annexe A

## Exemple de simulation : soustraction de l'interférence

```

lam=[ 0.001 0.002 0.003 0.0035 0.004 0.0045 0.005 0.006 0.007];
% densité des noeuds
R=10; % distance émetteur-récepteur
al=4; % exposant d'atténuation
K=2; % nombre de signaux supprimer
z=0.0001; % précision
SNR=0.1; % snr requis

for la=1:length(lam)
    th=1/SNR/R^(al);
    th2=1/SNR/R^(al);
    lamda=lam(la)
    rayon=sqrt(400/lamda/pi)
    Tmax=pi*rayon^2
    sim1=0;

    nc=poissrnd(lamda*Tmax,1,4000); % nombres de noeuds aléatoires

    for c=1:4000
        nb=nc(c); N.location=zeros(nb,2); N.dist=zeros(nb,1);
        d=random('unif',0,rayon^2,1,nb);
        teta=random('unif',0,2*pi,1,nb);

        % génération aléatoire des positions des émetteur
    for (i=1:nb)

```

```

        N.location(i,1)=sqrt(d(i))*cos(teta(i));
        N.location(i,2)=sqrt(d(i))*sin(teta(i));
    end

    clear N.dist
    for (i=1:nb)
        N.dist(i)=sqrt(N.location(i,1)^2+N.location(i,2)^2);
    end
    % coefficients de Rayleigh
    coef=exprnd(1,nb,1);

    for (i=1:nb)
        N.dist(i)=N.dist(i)^(-al)*coef(i);
    end
    % triage des puissances recues
    [mi,in]=sort(N.dist,'descend');
    interf=0;
    %calcul de l'interférence
    for i=K+1:nb
        interf=interf+mi(i);
    end
    for i=1:K
        interf=interf+z*mi(i);
    end

    clear mi in
    if interf>exprnd(1)/SNR/R^al
        sim1=sim1+1;
    end

end

siml1(la)=sim1/c a=2/al;
c=2*pi*gamma(2/al)*gamma(1-2/al)*R^2*(0.1)^(2/al)/al;

```

```
anal(la)=1-exp(-lam(la)*c) end plot(lam,siml1) hold on  
plot(lam,anal,'*-r')
```

## Annexe B

### Exemple de simulation : Systèmes d'antennes

```

lam=[ 0.0005 0.0008 0.0009 0.001 0.002 0.003 0.004 0.005 0.006
0.007 0.008 0.009 ];
%densités de noeuds
R=10; %distance émetteur-récepteur
al=3.5; % exposant d'atténuation
L=2 % nombre d'antennes
SNR=2; % snr requis
b=10(-6); % bruit
rand('state',sum(100*clock)) for la=1:length(lam)
    th=1/SNR/R(al);
    lamda=lam(la)
    rayon=sqrt(100/lamda/pi);
    Tmax=pi*rayon2;
    sim1=0;
    sim2=0;
    sim3=0;

    for c=1:200
        nb=poissrnd(lamda*Tmax);
        num=nb;
        location=zeros(nb,2);
        dist=zeros(nb,1);
        d=random('unif',0,rayon2,1,nb);
        teta=random('unif',0,2*pi,1,nb);
        %positions aléatoires des noeuds

```

```

    for (k=1:nb)
        location(k,1)=sqrt(d(k))*cos(teta(k));
        location(k,2)=sqrt(d(k))*sin(teta(k));
    end
    for (k=1:nb)
        dist(k)=sqrt(location(k,1)^2+location(k,2)^2)^(-al);
    end
% coefficients des canaux
coef=1/sqrt(2*L)*(sqrt(-2*log(rand(L,nb+1)))) . ...
*cos(2*pi*rand(L,nb+1))+j*sqrt(-2*log(rand(L,nb+1)))*cos(2*pi*rand(L,nb+1));
coefn=b/sqrt(2*L)*(sqrt(-2*log(rand(L,1)))) . ...
*cos(2*pi*rand(L,1))+j*sqrt(-2*log(rand(L,1)))*cos(2*pi*rand(L,1));
coef1=coef(:,1:nb);
m=coef(:,nb+1);
select=zeros(L,nb);
[mi,ni]=sort(dist,'descend');
% filtrage mmse
    for k=1:num
        select(:,k)=coef1(:,ni(k))*sqrt(dist(ni(k)));
    end
su=select;
W=pinv(su*su'+b*diag(ones(L,1)),0);
a=su*su'+b*diag(ones(L,1));
W2=(W*m);
interf=0;
for kk=1:nb
    interf=interf+(coef1(:,ni(kk))'*W2)*(W2'*coef1(:,ni(kk)))*dist(ni(kk));
end

interf=interf+(coefn(:,1)'*W2)*(W2'*coefn(:,1));
%SINR résultants apres filtrage
SIR=R^(-al)*(m'*W2)*(W2'*m)/interf;
if SIR < SNR
    sim1=sim1+1;

```

end

end

```

siml1(la)=sim1/c;
c1=pi*2/al*csc(pi*2/al);
c2=lam(la)*pi*c1*th^(-2/al);
analytic=1;
for oo=1:L-1
    analytic=analytic+(c2+b/th)^oo/factorial(oo);
end
anal(la)=1-analytic*exp(-lam(la)*pi*c1*th^(-2/al))*exp(-b*(R^(al)*SNR));

end anal siml1 loglog(lam,anal) hold on loglog(lam,siml1,'-r')
```